ARITHMETICA

PRIMARIA

PREPARADA
PARA OS MENINOS E MENINAS QUE COMEÇAM O ESTUDO DE
ARITHMETICA NAS ESCOLAS PRIMARIAS

POR

ANTONIO TRAJANO

Autor da Arithmetica Elementar Illustrada e da Arithmetica Progressiva

12.ª EDIÇÃO

RIO DE JANEIR[illegible]

Companhia Typographica do Brazil, rua dos Invalidos, 9[illegible]

A todos os professores que desejarem ensinar Arithmetica com rapidez e perfeição, sem terem muita fadiga, recommendamos os seguintes livros de Antonio Trajano :

*
* *

Arithmetica Primaria para os meninos e meninas que começam o estudo dos numeros. Esta obra deleita as crianças e lhes faz aprender com gosto as operações do calculo.

*
* *

Arithmetica Elementar para as classes mais adiantadas das escolas primarias, obra premiada pelo Jury da Exposição Pedagogica.

*
* *

Arithmetica Progressiva para o ensino secundario e superior, obra completa contendo toda a materia deste ramo de ensino, convenientemente desenvolvida.

OBSERVAÇÃO

Cada exemplar deste compendio terá a assignatura do Autor.

A. Trajano

ARITHMETICA PRIMARIA.

Este pequeno livro é destinado aos meninos e meninas, que começam o estudo da Arithmetica nas escolas primarias.

Todo o professor illustrado e consciencioso reconhece a inconveniencia de dar-se a um principiante um livro contendo todo o ensino de Arithmetica, porque se esse livro traz todos os pontos sufficientemente desenvolvidos e acompanhados de numerosos exercicios e problemas para o ensino pratico, será muito volumoso e caro, e antes do alumno chegar ao fim das quatro operações fundamentaes já estará estragado e em condição de não servir para estudo. [illegible] traz todos os pontos resumidos e agglomerados em [illegible] paginas, e sem a pratica indispensavel para faze-los com[illegible], o alumno nada aproveitará, e, por mais que se applique [illegible]ará sempre embaraçado e confuso diante desse monte [illegible] de algarismos, cuja substancia, se fosse exposta por um [illegible] apropriado e acompanhada de exercicios variados e inte[illegible]s, facilmente a poderia comprehender, e praticar com todo [illegible]raço.

[illegible]os [illegible]m por experiencia, que quasi todos os meninos e [illegible]tam nas escolas um certo aborrecimento ao estudo [illegible]a; ligam-lhe pouca importancia, não lhe reconhecem [illegible]guma, e depois de estudarem e repetirem todo o com[illegible] sahem da escola não sabendo resolver os mais simples problemas da vida domestica. Mais tarde, quando nas suas lidas e occupações se veem na precisão de calcular, então reconhecem o seu atrazo e ignorancia, e tambem como foi imprestavel o ensino que receberam na escola.

Precisamos, pois, descobrir e combater esse mal que tantos embaraços e difficuldades acarreta sobre aquelles que não recebem outra instrucção senão a das escolas primarias.

O mal principia pelos proprios livros usados nas escolas. Procura-se não o melhor, mas o mais barato.

Os compendios geralmente adoptados no ensino trazem todos os pontos da Arithmetica condensados em um pequeno numero de paginas; cada ponto está exposto sem clareza alguma, por não ter o desenvolvimento necessario; muitas vezes é acompanhado de uma demonstração feita com linhas geometricas ou com expressões algebricas! é exemplificado com um só problema, que não offerece attractivo algum para o alumno; e finalmente vem despido inteiramente da pratica indispensavel para exercitar o alumno no manejo do calculo. Diante desta meada embaraçada de numeros, o alumno infallivelmente recuará desgostoso e sem coragem de proseguir em um estudo, que lhe parece não estar ao alcance de sua intelligencia.

Tão inuteis são muitos desses livros, que alguns professores, depois de usa-los por algum tempo em suas escolas, viram-se obrigados a abandona-los, porque além de não auxiliarem o alumno, ainda embaraçavam o ensino.

Precisamos, pois, de livros adequados á intelligencia da infancia

e que não só ensinem, mas tambem desenvolvam nos meninos o gosto pela Arithmetica.

O mal, porém, não vem sómente dos livros, vem tambem do methodo do ensino nas escolas primarias. Alguns professores não ligam muita importancia a este ramo de instrucção; exigem que os alumnos decorem correctamente as definições e as regras, e que resolvam o exemplo que o compendio traz já resolvido, e limitam a esta aprendizagem o importante ensino da Arithmetica. E o que ficará sabendo o pobre alumno, com um estudo tão superficial?

Tão pouco é o apreço que alguns professores dão ao ensino pratico da Arithmetica, que, quando publicamos a nossa Arithmetica Progressiva, a denominaram **Arithmetica pratica**, sómente porque cada theoria era acompanhada de exercicios e problemas para conhecer-se a sua variada applicação.

Arithmetica Pratica, diziam elles, como se o ensino da Arithmetica pudesse prescindir da pratica, ou como se fosse possivel aprender esta sciencia com perfeição, sem um variado e longo exercicio de exemplos e problemas adequados, para adestrar o alumno na arte de calcular.

É tambem necessario que os professores reformem o systema de ensino, e que além da leccionação theorica exercitem convenientemente os seus discipulos na solução de exemplos e problemas variados, afim delles poderem mais tarde calcular com acerto os seus negocios.

Para facilitar o ensino de Arithmetica são necessarios tres livros com as seguintes graduações:

Um primario, contendo as quatro operações sobre numeros inteiros e fracções, expostas do modo mais claro e simples, indo por meio de lições graduadas, desde o mais facil até onde o alumno de tenra idade puder comprehender e praticar.

Um elementar, contendo todos os pontos de Arithmetica que devem ser ensinados nas escolas primarias, sendo cada ponto bem desenvolvido e acompanhado de numerosos exercicios e problemas para os discipulos conhecerem a sua variada applicação, e poderem usa-lo com facilidade em seus trabalhos e occupações.

Um superior, contendo o curso completo theorico e prático de Arithmetica para o ensino secundario e superior.

Tres livros nestas condições satisfazem todas as exigencias do ensino preceituadas pela pedagogia.

Já tinhamos preparado a nossa **Arithmetica Progressiva** para o ensino secundario e superior, e a **Arithmetica Elementar Illustrada** para as classes mais adiantadas das escolas primarias; agora apresentamos a **Arithmetica Primaria** para os principiantes, e assim completamos a serie de livros necessarios para o ensino deste importante ramo da sciencia.

Esperamos que este pequeno livro prestará grande auxilio ás escolas primarias, não só facilitando aos alumnos o estudo de Arithmetica, mas tambem poupando trabalho e tempo aos professores, e fazendo-os obter grande resultado no ensino desta materia.

O AUTOR.

ARITHMETICA PRIMARIA

1. Arithmetica é a sciencia dos numeros e a arte de calcular por meio de algarismos.

Ha duas especies de algarismos, que se denominam: algarismos arabicos e algarismos romanos.

2. **Algarismos arabicos** são os dez signaes seguintes, chamados:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	0.
um,	dois,	tres,	quatro,	cinco,	seis,	sete,	oito,	nove,	cifra.

Os nove primeiros chamam-se algarismos significativos, porque cada um exprime sempre um numero; á cifra dá-se tambem o nome de **zero**, que significa nada.

3. Os **algarismos romanos** constam de sete letras maiusculas do nosso alphabeto, tendo cada uma dellas um valor convencionado. As sete letras e seus valores são:

I,	V,	X,	L,	C,	D,	M.
um,	cinco,	dez,	cincoenta,	cem,	quinhentos,	mil.

4. Os diversos numeros se escrevem do seguinte modo, com os algarismos arabicos e romanos:

Um..............	1	I	Vinte e quatro.	24	XXIV
Dois..............	2	II	Vinte e cinco.	25	XXV
Tres.............	3	III	Vinte e seis...	26	XXVI
Quatro..........	4	IV	Vinte e sete...	27	XXVII
Cinco............	5	V	Vinte e oito...	28	XXVIII
Seis..............	6	VI	Vinte e nove..	29	XXIX
Sete..............	7	VII	Trinta..........	30	XXX
Oito..............	8	VIII	Quarenta........	40	XL
Nove.............	9	IX	Cincoenta......	50	L
Dez...............	10	X	Sessenta........	60	LX
Onze.............	11	XI	Setenta.........	70	LXX
Doze.............	12	XII	Oitenta.........	80	LXXX
Treze............	13	XIII	Noventa.........	90	XC
Quatorze.......	14	XIV	Cem.............	100	C
Quinze..........	15	XV	Duzentos.......	200	CC
Dezeseis........	16	XVI	Trezentos......	300	CCC
Dezesete........	17	XVII	Quatrocentos...	400	CD
Dezoito..........	18	XVIII	Quinhentos.....	500	D
Dezenove.......	19	XIX	Seiscentos......	600	DC
Vinte............	20	XX	Setecentos......	700	DCC
Vinte e um....	21	XXI	Oitocentos......	800	DCCC
Vinte e dois...	22	XXII	Novecentos....	900	CM
Vinte e tres...	23	XXIII	Mil...............	1000	M

NOTA. — Os discipulos tendo lido os seguintes numeros, o professor dictará estes ou outros, não excedendo a 100, para elles escreverem na pedra.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)	(9.)	(10.)
14	79	43	87	71	35	66	59	49	29
32	80	37	78	61	65	38	16	19	39
67	10	95	33	51	85	83	58	27	89
70	56	88	55	91	95	98	73	50	48
52	73	46	77	21	15	69	88	29	68
25	84	90	82	41	45	87	96	60	27
18	17	23	25	81	23	78	18	57	47
20	50	11	92	31	13	44	53	100	87

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
VII	XIX	XXIX	XXXIII	LXXXI
XI	XXI	XL	XXXV	LXXV
IX	XII	XXXV	LXIV	LXXXV
XX	XVIII	XLI	LXIV	XC
VIII	XXX	XLVI	LXVI	XCV
XX	XXIV	LXIII	LXXIII	XCIX
XVI	XXXI	XLIII	LXXV	LXXXII
XIV	XXXVI	LVIII	LXIX	XCIV

DEFINIÇÕES

Antes de entrarmos no estudo da numeração, precisamos primeiro saber o que é quantidade, unidade e numero.

5. Quantidade é uma porção de alguma cousa que se póde pesar, medir ou contar. Uma quantidade de café póde ser pesada; uma quantidade de vinho póde ser medida com o litro; uma quantidade de panno póde ser medida com o metro, e uma quantidade de laranjas póde ser contada.

6. Unidade significa uma só cousa por onde se começa a contar as quantidades. Assim, 25 livros, a unidade é um livro; 18 vintens, a unidade é um vintem: 8 meninos, a unidade é um menino.

7. Numero é o que exprime quantas unidades contem uma quantidade. Em 38 barricas de farinha, a quantidade é toda aquella farinha: a unidade é uma barrica, e o numero das unidade ou ou barricas é 38.

8. Os numeros se dividem em pares e impares, abstractos e concretos, primos e multiplos.

Numeros pares são os que terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0.

Numeros impares são os que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9.

Assim, 16, 58, 374 são numeros pares, e 15, 29, 283 são numeros impares.

Numeros abstractos são os que não estão unidos a nome algum, como: 5, 20, 35, etc.

Numeros concretos são os que estão unidos ao nome dos objectos para exprimir o seu numero, como: 5 livros, 20 pennas, 35 casas. etc.

NUMERAÇÃO

9. Numeração é a parte da Arithmetica que ensina a ler os numeros e a escreve-los por meio de algarismos.

Para aprendermos a ler e a escrever os numeros, é necessario começarmos pela formação das diversas unidades.

10. Uma só cousa chama-se uma unidade; dez cousas chamam-se dez unidades ou uma dezena; cem cousas chamam-se cem unidades ou uma centena; mil cousas chamam-se mil unidades ou um milhar.

Dez unidades iguaes formam outra unidade immediatamente superior; dez destas formam já outra; assim,

dez unidades simples formam uma dezena;
dez dezenas formam uma centena;
dez centenas formam um milhar;
dez milhares formam uma dezena de milhares;
dez dezenas de milhares formam uma centena de milhares;
dez centenas de milhares formam um milhão, etc.

A base desta numeração é sempre dez, e por isso, chama-se numeração decimal.

11. Em um numero, cada especie de unidades é representada por um só algarismo, e o logar que este occupa chama-se casa. Começando da direita para a esquerda, as unidades occupam a primeira casa; as dezenas a segunda; as centenas a terceira; os milhares a quarta, e assim nesta ordem. Exemplo:

	4ª CLASSE			3ª CLASSE			2ª CLASSE			1ª CLASSE		
13ª	12ª	11ª	10ª	9ª	8ª	7ª	6ª	5ª	4ª	3ª	2ª	1ª
Trilliões	centenas de billiões .	dezenas de billiões .	Billiões. . . .	centenas de milhões.	dezenas de milhões .	Milhões. . . .	centenas de milhares.	dezenas de milhares.	Milhares . . .	centenas. . .	dezenas . .	Unidades . .
3	2	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

12. As diversas unidades teem tambem o nome da ordem que occupam nos numeros; assim,

as unidades simples são unidades de 1ª ordem;
as dezenas são unidades de 2ª ordem;
as centenas são unidades de 3ª ordem;
os milhares são unidades de 4ª ordem;
as dezenas de milhares são unidades de 5ª ordem;
as centenas de milhares são unidades de 6ª ordem;
os milhões são unidades de 7ª ordem, etc.

13. Valor absoluto e relativo. Os algarismos teem dois valores, um absoluto e outro relativo. Teem o valor absoluto, quando occupam a casa das unidades, e teem o valor relativo, quando occupam qualquer outra casa. Assim, no numero 22, o primeiro algarismo da direita vale dois, e o segundo vale vinte.

14. A cifra não tem valor algum, mas serve para occupar as casas onde não ha unidades dessa ordem. Assim, no numero 20, como não ha unidades, o seu logar é occupado por uma cifra, senão ficaria 2. No numero 3005, como não ha dezenas nem centenas, os seus logares são occupados por cifras, senão o numero ficaria 35.

15. Dividindo-se um numero em classes de tres algarismos, começando pela direita, em cada classe haverá unidades, dezenas e centenas. Na primeira classe, as unidades são simples; na segunda, as unidades são os milhares; na terceira, as unidades são os milhões; na quarta, as unidades são os billiões, etc. A ultima classe nem sempre tem dezenas e centenas.

A classe que está do lado contém 6 centenas, 3 dezenas e 5 unidades. Ora, como 6 centenas conteem seiscentas unidades, e 3 dezenas teem 30, a classe se lê: *Seiscentas e trinta e cinco unidades.* Se em logar de unidades, fossem milhões, a classe se leria: 635 milhões, trocando só a palavra unidades por milhões, e o mesmo com as outras classes.

Centenas	Dezenas	Unidades
6	3	5

Exemplo. Como se lê o numero 27938456875214?

Trilliões	Billiões	Milhões	Milhares	Unidades
27,	938,	456,	875,	214

SOLUÇÃO. Dividindo-se o numero acima em classes de tres algarismos, achamos que tem cinco classes; e como a primeira classe é de unidades, a segunda de milhares, a terceira de milhões, a quarta de billiões e a quinta de trilliões, segue-se que o numero contém 27 trilliões, 938 billiões, 456 milhões, 875 milhares e 214 unidades.

Regra. *Para se ler um numero, dividem-se todos os seus algarismos em classes de tres algarismos, começando pela direita; dá-se a cada classe a sua denominação na seguinte ordem: unidades, milhares, milhões, billiões, etc., e depois começando pela esquerda, enuncia-se o numero de cada classe com a respectiva denominação.*

NOTA. Os discipulos enunciarão os numeros seguintes, e depois o professor dictará estes ou outros para elles escreverem na pedra.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
109	875	8080	68765	9865837
221	908	9009	80074	9090909
335	1000	10000	197343	16593207
446	2004	10080	795890	854389300
667	3050	42050	871049	900000000
718	4600	55555	957412	3875873893

Numeração das quantias.

16. A palavra quantia significa qualquer somma de dinheiro.

Para se indicar que um numero expressa uma quantia, e não uma quantidade de objectos, escreve-se entre as centenas e os milhares um cifrão $.

Assim, 4500 lê-se: quatro mil e quinhentas unidades, e 4$500 lê-se: quatro mil e quinhentos réis.

17. Na nossa moeda ha tres unidades, que são escriptas do modo seguinte:

Unidade inferior . . .	Um real	$001
Unidade média . . .	Mil-réis	1$000
Unidade superior. . .	Cento de réis . . .	1:000$000

18. Além das tres unidades fundamentaes da nossa moeda, ha ainda quatro unidades inferiores denominadas **vintem, tostão, pataca** e **cruzado.** Estas unidades são muito usadas no commercio miudo, e por isso, devemos conhecer perfeitamente os seus valores.

Um vintem........................	20 réis.	Dezeseis vintens (1 pataca)..	320 réis.
Dois vintens......................	40 réis.	Dezesete vintens..................	340 réis.
Tres vintens.......................	60 réis.	Dezoito vintens....................	360 réis.
Quatro vintens....................	80 réis.	Dezenove vintens..................	380 réis.
Um tostão (5 vintens)......	100 réis.	Quatro tostões (1 cruzado)..	400 réis.
Seis vintens.......................	120 réis.	Vinte e um vintens..........	420 réis.
Sete vintens.......................	140 réis.	Vinte e dois vintens	440 réis.
Oito vintens (meia pataca)..	160 réis.	Vinte e tres vintens..........	460 réis.
Nove vintens......................	180 réis.	Vinte e quatro vintens......	480 réis.
Dous tostões (10 vintens)..	200 réis.	Cinco tostões (25 vintens)..	500 réis.
Onze vintens.....................	220 réis.	Seis tostões.........................	600 réis.
Doze vintens......................	240 réis.	Sete tostões.........................	700 réis.
Treze vintens.....................	260 réis.	Oito tostões (2 cruzados).....	800 réis.
Quatorze vintens...............	280 réis.	Nove tostões........................	900 réis.
Tres tostões (15 vintens)...	300 réis.	Dez tostões (50 vintens)...	1000 réis.

19. Nas quantias, a classe denominada milhões tem o nome de contos; assim, 325:840$000 lê-se: 325 contos e 840 mil réis.

Para facilitar a leitura das quantias, escrevem-se dois pontos entre a classe dos milhares e a classe dos contos. Quando os tres ultimos algarismos são zeros, podem ser supprimidos. Exemplo: 28:231$.

Ler as seguintes quantias:

(1.)	*(2.)*	*(3.)*	*(4.)*	*(5.)*
$080	5$335	19$350	308$700	8:550$
$005	6$903	21$900	450$000	12:985$
$105	7$000	54$306	509$750	35:708$
$850	8$500	89$300	654$930	50:875$
1$000	10$650	90$990	998$500	89.207$
2$005	15$900	100$000	1:000$000	153:000$
3$600	16$700	125$800	1:250$000	250:500$
4$920	18$500	248$600	2:440$800	433:625$

OPERAÇÕES FUNDAMENTAES

20. As operações fundamentaes da Arithmetica são quatro, que se denominam **Sommar, Diminuir, Multiplicar** e **Dividir**. Chamam-se fundamentaes, porque servem de base para fazer todas as outras operações dos calculos.

Os signaes arithmeticos que indicam as quatro operações fundamentaes são os seguintes:

O signal de sommar é + que se lê: *mais*.
O signal de diminuir é — que se lê: *menos*.
O signal de multiplicar é × que se lê: *multiplicado por*.
O signal de dividir é ÷ que se lê: *dividido por*.
O signal de igualdade é = que se lê: *igual a*.
O signal de interrogação é =? que se lê: *igual a quanto?*

Na applicação das quatro operações fundamentaes precisamos saber o que significam as palavras problema, solução e regra.

Problema é uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas, obtidas por meio de quantidades conhecidas.

Solução é um processo por meio do qual se acha a resposta do problema.

Regra é a direcção geral para resolver todos os problemas que pertencem a uma especie determinada.

SOMMAR

Ensino intuitivo da figura.

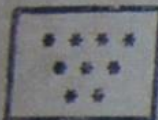
1. Quantas casas tem a figura?
2. Quantos cavallos?
3. Quantas pessoas vão na carruagem?
4. Quantas são as arvores grandes?
5. Quantos botes navegam no rio?
6. Quantas velas teem 3 botes?
7. Quantas janellas se veem na casa?
8. Quantas são as arvores pequenas?
9. Quantos passaros estão voando?
10. Qual é o numero de todas as crianças na figura?
11. 2 botes, mais 3 botes, quantos botes são?
12. 5 janellas, mais 2 janellas quantas são?
13. 6 crianças, mais 4 crianças, quantas são?
14. 6 passaros, mais 3 passaros, quantos são?
15. 8 arvores, mais 4, quantas são?
16. 2 pessoas, mais 1, quantas são?
17. 2 velas, mais 2 velas, quantas são?
18. 4 velas, mais 2 velas, quantas são?
19. 2 rodas, mais 2 rodas, quantas são?
20. 2 janellas, mais 3 e mais 2, quantas são?

1ª Lição de sommar.

21. Sommar é reunir o valor de dois ou mais numeros em um numero só.

Os numeros que se sommam chamam-se **parcellas**, e o resultado da operação chama-se somma.

22. O signal + escrito entre dois numeros, mostra que estes numeros se devem sommar, assim, 2 + 3 = 5 lê-se : *2 mais 3 igual a 5.*

Problema. Um quadro tem uma carreira com 4 estrellas, outra com 3 e outra com 2; quantas estrellas tem o quadro?

4 estrellas
3 estrellas
2 estrellas
9 estrellas

Solução. Reunindo-se as tres parcellas em uma só, temos 4 e 3 são 7, e 2 são 9. A somma é 9, e por isso o quadro tem 9 estrellas.

****+***+**=*********

Nota. Para podermos reunir facilmente as parcellas de uma somma, precisamos saber primeiramente com perfeição a seguinte taboada de sommar:

2 + 1 = 3	3 + 1 = 4	4 + 1 = 5	5 + 1 = 6
2 + 2 = 4	3 + 2 = 5	4 + 2 = 6	5 + 2 = 7
2 + 3 = 5	3 + 3 = 6	4 + 3 = 7	5 + 3 = 8
2 + 4 = 6	3 + 4 = 7	4 + 4 = 8	5 + 4 = 9
2 + 5 = 7	3 + 5 = 8	4 + 5 = 9	5 + 5 = 10
2 + 6 = 8	3 + 6 = 9	4 + 6 = 10	5 + 6 = 11
2 + 7 = 9	3 + 7 = 10	4 + 7 = 11	5 + 7 = 12
2 + 8 = 10	3 + 8 = 11	4 + 8 = 12	5 + 8 = 13
2 + 9 = 11	3 + 9 = 12	4 + 9 = 13	5 + 9 = 14
2 + 10 = 12	3 + 10 = 13	4 + 10 = 14	5 + 10 = 15
6 + 1 = 7	7 + 1 = 8	8 + 1 = 9	9 + 1 = 10
6 + 2 = 8	7 + 2 = 9	8 + 2 = 10	9 + 2 = 11
6 + 3 = 9	7 + 3 = 10	8 + 3 = 11	9 + 3 = 12
6 + 4 = 10	7 + 4 = 11	8 + 4 = 12	9 + 4 = 13
6 + 5 = 11	7 + 5 = 12	8 + 5 = 13	9 + 5 = 14
6 + 6 = 12	7 + 6 = 13	8 + 6 = 14	9 + 6 = 15
6 + 7 = 13	7 + 7 = 14	8 + 7 = 15	9 + 7 = 16
6 + 8 = 14	7 + 8 = 15	8 + 8 = 16	9 + 8 = 17
6 + 9 = 15	7 + 9 = 16	8 + 9 = 17	9 + 9 = 18
6 + 10 = 16	7 + 10 = 17	8 + 10 = 18	9 + 10 = 19

2ª Lição de sommar.

23. Todas as parcellas de uma somma devem ser quantidades da mesma especie de cousas, como 3 livros e 5 livros, que fazem 8 livros.

Nestes exercicios, a somma de cada columna não excederá a 9.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
2 dias	2 horas	3 mezes	2 facas	3 rolhas
3 dias	4 horas	2 mezes	5 facas	4 rolhas
1 dia	2 horas	4 mezes	1 faca	2 rolhas
6 dias				

(6.)	(7.)	(8.)	(9.)	(10.)
15 ovos	25 casas	13 portas	15 janellas	14 copos
21 ovos	11 casas	20 portas	3 janellas	20 copos
10 ovos	30 casas	12 portas	20 janellas	31 copos
43 ovos	22 casas	34 portas	31 janellas	22 copos

(11.)	(12.)	(13.)	(14.)
123 annos	221 saccos	1231 soldados	12512 habitantes
312 annos	105 saccos	2250 soldados	11131 habitantes
104 annos	200 saccos	2107 soldados	21120 habitantes
250 annos	262 saccos	1310 soldados	54123 habitantes

3ª Lição de sommar.

24. Seja qual for a ordem em que escrevermos as parcellas de uma somma, o resultado será sempre o mesmo.

NOTA. O professor mostrará aos discipulos que as oito primeiras columnas teem todas as parcellas 1, 2, 3, 4, 5 e 6, e embora sejam tomadas em ordens diversas, dão sempre a mesma somma.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(6.)	(6.)	(7.)	(8.)
1	6	2	5	3	4	1	6
2	5	3	3	1	6	6	5
3	4	5	1	5	2	2	1
4	3	1	6	2	1	5	2
5	2	4	4	4	5	3	4
6	1	6	2	6	3	4	3
21							

(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)	(16.)
5	8	7	9	6	2	9	2
2	4	3	1	5	5	1	8
3	3	9	2	1	3	8	5
9	6	2	4	3	9	1	3
3	2	3	5	3	2	7	2
1	1	6	2	3	1	1	3
4	5	7	3	4	7	6	6

4ª Lição de sommar.

25. O signal + póde ser repetido muitas vezes; assim, $3 + 4 + 2 + 5 = 14$ lê-se: *3 mais 4, mais 2 e mais 5 igual a 14.*

1. $3 + 5 + 2 + 4 + 8 = 22$	7. $5 + 3 + 4 + 5 + 2 + 8 = ?$
2. $5 + 2 + 4 + 8 + 6 = ?$	8. $6 + 4 + 3 + 7 + 5 + 7 =$
3. $2 + 4 + 8 + 6 + 7 =$	9. $7 + 2 + 1 + 5 + 2 + 3 =$
4. $4 + 8 + 6 + 7 + 8 =$	10. $3 + 9 + 2 + 9 + 1 + 2 =$
5. $8 + 6 + 7 + 8 + 9 =$	11. $4 + 7 + 2 + 1 + 5 + 3 =$
6. $6 + 7 + 8 + 9 + 1 =$	12. $8 + 2 + 5 + 3 + 6 + 6 =$

5ª Lição de sommar.

26. Se a somma de uma columna exceder a 9, e na operação houver mais de uma columna, formam-se unidades superiores para juntar á columna seguinte.

Problema. Qual é a somma de 275, 164, 82 e 806?

Centenas	Dezenas	Unidades
2	7	5
1	6	4
	8	2
8	0	6
1 3	2	7

SOLUÇÃO. A somma da columna das unidades é 17; ora, 17 unidades conteem 1 dezena e 7 unidades. Escreve-se 7 debaixo das unidades, e a dezena vai para a columna seguinte, que com ella somma 22; ora, 22 dezenas conteem 2 centenas e 2 dezenas. Escreve-se 2 debaixo das dezenas e as 2 centenas vão para a columna seguinte, que somma 13 centenas. A somma das 4 parcellas é 1827.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
24	30	45	81	16	29	5
32	23	32	72	12	17	29
51	64	61	63	44	5	4
70	62	45	19	27	83	72
177						

(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)
235	279	8	235	238	300	250
134	135	25	421	25	75	321
563	401	130	79	142	3	146
325	254	244	253	9	29	79
270	376	323	9	231	200	8

(15.)	(16.)	(17.)	(18.)	(19.)	(20.)	(21.)
$750	1$820	6$500	12$600	250$	150$	234$
$480	2$350	7$900	7$800	380$	25$	780$
$965	7$500	3$750	15$700	75$	8$	976$
$320	2$120	2$800	22$900	152$	25$	186$
$500	3$150	1$150	8$250	143$	272$	773$

6ª Lição de sommar.

27. As parcellas de uma somma se escrevem umas debaixo das outras; de sorte que as unidades da mesma ordem fiquem em columna.

Nota. Estes exercicios tem por fim fazer com que os discipulos escrevam com acerto umas parcellas debaixo das outras.

1. Sommar 65, 240, 235 e 9.
2. Sommar 330, 75, 29 e 136.
3. Sommar 840, 95, 755 e 335.
4. Sommar 25, 49, 8, 9 e 93.
5. Sommar 79, 132, 15 e 139.
6. Sommar 1376, 49, 17, 8 e 1326.
7. Sommar 1900, 70, 850 e 1735.
8. Sommar 750, 20 300, 10 e 900.
9. Sommar 7, 9, 17, 456, 3 e 499.
10. Sommar 329, 4536 e 73486.

7ª Lição de sommar.

28. Prova é uma segunda operação para verificar a exactidão da primeira.

```
1630
----
 742
 273
 254
 361
----
1630
```

A prova de sommar mais simples, e que melhor póde ser comprehendida por uma criança é a seguinte: Passa-se um traço em cima da primeira parcella, e depois somma-se de baixo para cima, escrevendo-se a somma em cima do traço, como se vê no modelo, que está ao lado. Se as duas sommas forem iguaes, é presumivel que a operação esteja certa

Os discipulos sommarão as seguintes parcellas e depois tirarão a prova.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
1237	5413	7932	3579	23456	56438
3654	2107	1231	2500	7394	23070
5432	3054	6000	3771	65495	23197
6378	2540	3575	2931	26	59219
3625	3791	9635	5212	3764	38545
4321	5219	3705	7931	24961	27312

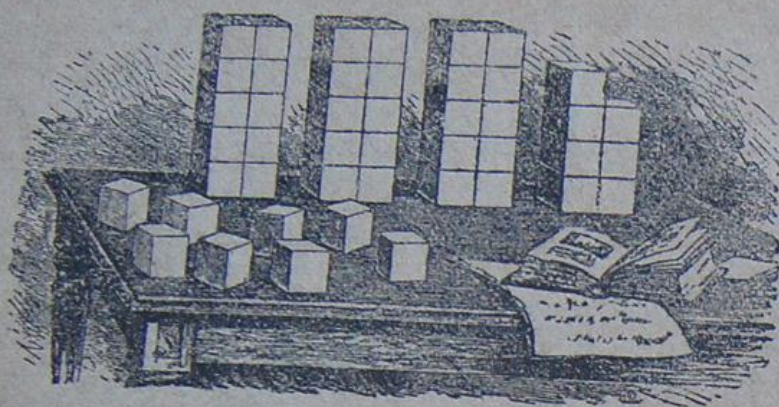
Os discipulos poderão agora responder facilmente a pergunta seguinte:

29. Como se acha a somma de duas ou mais parcellas?

Regra. *Para se achar a somma de duas ou mais parcellas, escrevem-se todas umas debaixo das outras, de sorte que as unidades da mesma ordem fiquem em columna.*

Começa-se a sommar pela columna das unidades, e se ella não exceder a 9, escreve-se a somma debaixo della, mas se exceder a 9 escreve-se só o numero das unidades, indo o numero das dezenas para a columna seguinte.

O mesmo se faz nas outras columnas, e debaixo da ultima se escreve o que ella sommar.

8ª Lição de sommar.

Sobre uma mesa estão 3 pilhas com 10 cubos cada uma; está mais uma outra com 7, e estão 8 cubos espalhados sobre a mesa; quantos cubos vemos na mesa? Resp. ?

2. Uma senhora deu a um menino 12 nozes; a outro 15, e a outro 17; quantas nozes deu ella?

3. Joãozinho comprou um lapis por 1 tostão; uma caneta por 2 tostões; um livro por 5 tostões, e 2 cadernos de papel por 2 tostões; quanto gastou elle?

4. Luizinha já tinha 16 ovos, mas, recolhendo mais 25, com quantos ficou?

5. Uma cozinheira comprou 1 kilo de carne por $480; 1 kilo de assucar por $420; 1 lingua por $620, e 1 kilo de manteiga por 2$300; quanto gastou ella?

6. Um homem tem 48 annos e sua mulher 39; qual é a somma das duas idades?

7. Um capitalista comprou uma parelha de cavallos por 1:200$; uma carroagem por 1:450$000, e os arreios por 450$; quanto gastou elle nesta compra?

8. Um menino recebeu no dia de seus annos os seguintes presentes: Seu pai lhe deu 15$000; sua mãi 10$, seu tio 25$, e sua avó 35$; quanto recebeu o menino nesse dia?

9. Uma menina tinha um cofre onde guardava o dinheiro que lhe davam. Já tinha lá 18$920, mas pondo mais $840 e depois 1$260; quanto possuia ella no cofre?

10. Comprei um relogio por 65$000, vendi-o com um lucro de 5$; por quanto vendi o relogio?

11. Quatro pessoas depositaram no mesmo banco as seguintes quantias: Uma depositou 3:800$, outra 6:600$, outra 5:500$ e outra 4:000$, quanto depositaram as 4 pessoas?

12. José tem 8 livros, Roberto tem 7, e Renáto tem tantos como José e Roberto; quantos livros tem Renáto?

DIMINUIR

Ensino intuitivo da figura.

1. De um lado estão 5 arvores e do outro estão 2; qual é a differença?

SOLUÇÃO. Nas 5 arvores, escondendo-se 2 com o dedo, ficam 3, que é a differença.

2. Um menino tinha 3 maçãs, mas tirando 1, quantas ficaram?

3. Uma menina tem 4 rozas, e outra tem só 2; quantas rozas tem mais do que a outra?

4. De 4 maçãs tirando 1, quantas ficam?

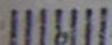
5. Um menino tem 4 maçãs e outro 3; qual é o que tem mais?

6. De um lado vemos 2 janellas e de outro vemos 7, quantas janellas ha de differença?

7. De 5 arvores tirando 3 quantas ficam?

8. De 4 crianças tirando 2 quantas ficam?

9. De 8 janellas tirando 2 quantas ficam?

10. De 5 passarinhos tirando 1, quantos restam?

1ª Lição de subtrahir.

30. Diminuir ou subtrahir é tirar um numero menor de um maior.

O numero maior chama-se **minuendo**; o numero menor chama-se **subtrahendo**, e o resultado da operação chama-se **resto** ou **differença**.

31. O signal — escripto entre dois numeros, mostra que o segundo numero se tem de subtrahir do primeiro: assim, 3 — 2 = 1 lê-se: *3 menos 2 igual a 1.*

Problema. De 7 riscos tirando 4, quantos restam?

|||||||
7—4 = 3

Solução. De 7 tirando 4 restam 3. Nesta operação, 7 é o minuendo, 4 é o subtrahendo, e 3 é o resto.

Nota. Para operarmos uma subtracção, precisamos saber primeiro com perfeição a seguinte taboada de subtrahir:

2 — 2 = 0	3 — 3 = 0	4 — 4 = 0	5 — 5 = 0
3 — 2 = 1	4 — 3 = 1	5 — 4 = 1	6 — 5 = 1
4 — 2 = 2	5 — 3 = 2	6 — 4 = 2	7 — 5 = 2
5 — 2 = 3	6 — 3 = 3	7 — 4 = 3	8 — 5 = 3
6 — 2 = 4	7 — 3 = 4	8 — 4 = 4	9 — 5 = 4
7 — 2 = 5	8 — 3 = 5	9 — 4 = 5	10 — 5 = 5
8 — 2 = 6	9 — 3 = 6	10 — 4 = 6	11 — 5 = 6
9 — 2 = 7	10 — 3 = 7	11 — 4 = 7	12 — 5 = 7
10 — 2 = 8	11 — 3 = 8	12 — 4 = 8	13 — 5 = 8
11 — 2 = 9	12 — 3 = 9	13 — 4 = 9	14 — 5 = 9
6 — 6 = 0	7 — 7 = 0	8 — 8 = 0	9 — 9 = 0
7 — 6 = 1	8 — 7 = 1	9 — 8 = 1	10 — 9 = 1
8 — 6 = 2	9 — 7 = 2	10 — 8 = 2	11 — 9 = 2
9 — 6 = 3	10 — 7 = 3	11 — 8 = 3	12 — 9 = 3
10 — 6 = 4	11 — 7 = 4	12 — 8 = 4	13 — 9 = 4
11 — 6 = 5	12 — 7 = 5	13 — 8 = 5	14 — 9 = 5
12 — 6 = 6	13 — 7 = 6	14 — 8 = 6	15 — 9 = 6
13 — 6 = 7	14 — 7 = 7	15 — 8 = 7	16 — 9 = 7
14 — 6 = 8	15 — 7 = 8	16 — 8 = 8	17 — 9 = 8
15 — 6 = 9	16 — 7 = 9	17 — 8 = 9	18 — 9 = 9

2ª Lição de subtrahir.

32. Na subtracção ha dois casos a considerar que são:

1º Quando todas as casas do subtrahendo são menores que as casas correspondentes do minuendo.

2º Quando algumas casas do subtrahendo são maiores do que as do minuendo.

33. Primeiro caso. Quando todas as casas do subtrahendo são menores do que as casas correspondentes do minuendo, opera-se a subtracção de cada casa, escrevendo o resto debaixo della.

Problema. De 756 tirando 324 quanto resta?

	Centenas	Dezenas	Unidades
Minuendo	7	5	6
Subtrahendo	3	2	4
Resto.	4	3	2

Solução. Escreve-se o subtrahendo debaixo do minuendo, de sorte que as unidades fiquem debaixo das unidades, as dezenas debaixo das dezenas, etc., e embaixo passa-se um traço. Nas unidades, temos 6 menos 4 são 2; nas dezenas, temos 5 menos 2 são 3, e nas centenas, temos 7 menos 3 são 4. O resto é 432.

Nestes exercicios todas as casas do subtrahendo são menores do que as casas correspondentes do minuendo.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
32	36	48	286	456	732	9873
11	15	21	172	312	611	5321
21						

(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)
5386	9784	89456	79835	314589	23545
4015	351	24135	21703	2437	12434

(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)
287453	974571	738945	894569	753863
152312	523150	10312	123028	21750

3ª Lição de subtrahir.

34. Segundo caso. Quando o subtrahendo tem alguma casa maior do que a do minuendo, opera-se do seguinte modo:

Problema. De 426 subtrahindo 284, quanto resta?

426
284
142

Solução. Nas unidades, subtrahindo 4 de 6 restam 2. Nas dezenas, como não podemos subtrahir 8 de 2, tomamos 1 centena das 4, e como a centena tem 10 dezenas, juntamos estas com as 2, e fazem 12 dezenas. Agora, de 12 tirando 8, ficam 4. Como já tiramos 1 centena, restam agora só 3, de 3 tirando 2 fica 1. O resto da subtracção é 142.

Operar as seguintes subtracções:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
427	573	615	4568	8956	25645
293	428	346	2384	1767	14682

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
12521	95635	70540	978742	521998	25463
8470	53817	50391	01529	417299	17508

(13.)	(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)
$840	25$840	49$920	67$320	184$	7:250$
$560	12$380	27$680	20$640	128$	5:380$

4ª Lição de subtrahir.

35. Esta lição tem por fim ensinar o alumno a escrever com acerto o subtrahendo debaixo do minuendo.

1. 2356 — 784 = 1572	6. 13465 — 1452 = ?	11. 18$360 — 8$720 =
2. 8654 — 364 = ?	7. 49326 — 4526 =	12. 35$680 — 7$950 =
3. 5630 — 126 =	8. 59300 — 881 =	13. 40$000 — 8$720 =
4. 7384 — 1108 =	9. 73863 — 3654 =	14. 56$700 — 9$800 =
5. 3729 — 86 =	10. 93739 — 3004 =	15. 88$900 — 12$700 =

5ª Lição de subtrahir.

36. Prova. Para se verificar se uma subtracção está exacta, sommam-se o subtrahendo e o resto, e se a somma fôr igual ao minuendo, a operação estará certa.

Operar as seguintes subtracções e tirar a prova de cada uma.

	(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5)
Minuendo	5463	25643	568943	5649396	2568
Subtrahendo	1582	14872	203072	239538	1098
Resto	3881				
Prova	5463				

37. Como se opéra uma subtracção?

Regra. *Para se operar uma subtracção, escreve-se o subtrahendo debaixo do minuendo, de sorte que as unidades da mesma ordem se correspondam.*

Começa-se a subtracção pela casa das unidades e escreve-se o resto em baixo; se alguma casa do minuendo fôr inferior á sua correspondente do subtrahendo, junta-se 10 ao minuendo, e considera-se a casa seguinte com menos 1.

6ª Lição de subtrahír.

1. Uma larangeira tinha 15 laranjas, mas uma menina apanhando 6, quantas ficaram na arvore?

2. Um menino tinha uma caixinha com 35 pennas, mas dando 16 á sua irmã, quantas lhe restaram?

3. Uma senhora comprou um chapéo por 24$000, e dando uma nota de 50$000 para pagal-o, quanto recebeu de troco?

4. Luizinho foi ao mercado e alli comprou 3 tainhas por 2$400, pagando elle com 5$000, quanto lhe voltaram do troco?

5. Um menino comprou uma bengala por 2$500, e no dia seguinte vendeu-a por 3$400; quanto ganhou o menino?

6. Um fazendeiro tinha 123 carneiros, mas vendendo 45, quantos lhe restaram?

7. O minuendo é 1329, o subtrahendo é 890; qual é o resto?

8. A somma de dois numeros é 486; um dos numeros é 243, qual é o outro?

9. De um pombal com 87 pombas fugiram 19; quantas ficaram?

10. Um menino tinha 17 amendoas, deram-lhe mais 9, mas elle comendo uma duzia, quantas lhe restaram?

11. Um menino tinha 11 passarinhos; depois comprou 13, mas fugindo-lhe 9, quantos lhe restaram?

12. Uma taboa tinha 25 palmos de comprimento; mas cortando della um pedaço de 9 palmos, com que comprimento ficou?

7ª Lição de subtrahir e sommar.

13. Achar o valor de $326 + 735 + 89 - 608$.
14. Operar $356 + 397 - 725$.
15. Qual é o valor de $1354 + 1365 - 89 - 135$?
16. Qual é o resultado de $798 + 1365 - 525$?
17. $8436 + 367 + 108 - 475 = ?$
18. $63 + 295 + 132 - 187 = ?$
19. $7367 + 1367 + 870 - 1367 = ?$
20. $4873 - 876 + 5679 = ?$
21. $3795 + 7395 - 7651 = ?$

MULTIPLICAR

Ensino intuitivo da figura.

1. Ha 2 grupos de meninos, tendo cada grupo 3 meninos; quantos meninos são?

Solução. 1 grupo tem 3 meninos, 2 grupos tem 2 vezes 3, que são 6 meninos.

2. Cada menino da esquerda tem tres maçãs; quantas maçãs teem os 3 meninos?

3. Cada menino da direita tem 4 peras; quantas peras teem os 3 meninos?

4. Tendo um menino 2 mãos, 6 meninos quantas mãos terão?

5. Tendo 2 tostões cada menino, 6 meninos quantos tostões terão.

6. Se cada menino tem 2 pés, 3 meninos quantos pés terão?

7. 4 meninos quantos pés terão?

8. 5 meninos quantos pés terão?

9. Tendo cada vidraça 9 vidros, 3 vidraças quantos vidros terão?

10. Tendo cada mão 5 dedos, 4 mãos quantos dedos terão?

11. Quantos olhos teem os 6 meninos da figura?

12. Se cada menino der um vintem, quantos darão os 6 meninos?

13. Comendo cada menino 3 ovos, 4 meninos quantos ovos comerão?

1ª Lição de multiplicar.

38. Multiplicar é repetir um numero tantas vezes quantas são as unidades de outro.

O numero que se multiplica chama-se **multiplicando**; o numero pelo qual se multiplica chama-se **multiplicador**, e o resultado da multiplicação chama-se **producto**.

O multiplicando e o multiplicador chamam-se tambem **factores** do producto.

39. O signal × escrito entre dois numeros mostra que estes numeros se devem multiplicar; assim 3×2=6 lê-se : *3 multiplicado por 2 igual a 6.*

* * * *

* * * *

* * * *

Problema. Tendo uma linha 4 estrellas, 3 linhas iguaes quantas estrellas terão ?

4 estrellas
3
12 estrellas

Solução. 1 linha tem 4 estrellas; 2 linhas teem 2 vezes 4 estrellas, e 3 linhas teem 3 vezes 4 estrellas, que são 12 estrellas. Nesta operação, 4 é o multiplicando, 3 o multiplicador, e 12 é o producto.

40. Na solução deste problema, vemos que o producto representa uma quantidade da mesma especie que o multiplicando, e que o multiplicador é um numero abstracto.

Nota. Para podermos operar uma multiplicação, precisamos primeiramente saber com perfeição a seguinte taboada de multiplicar:

2 × 1 = 2	3 × 1 = 3	4 × 1 = 4	5 × 1 = 5
2 × 2 = 4	3 × 2 = 6	4 × 2 = 8	5 × 2 = 10
2 × 3 = 6	3 × 3 = 9	4 × 3 = 12	5 × 3 = 15
2 × 4 = 8	3 × 4 = 12	4 × 4 = 16	5 × 4 = 20
2 × 5 = 10	3 × 5 = 15	4 × 5 = 20	5 × 5 = 25
2 × 6 = 12	3 × 6 = 18	4 × 6 = 24	5 × 6 = 30
2 × 7 = 14	3 × 7 = 21	4 × 7 = 28	5 × 7 = 35
2 × 8 = 16	3 × 8 = 24	4 × 8 = 32	5 × 8 = 40
2 × 9 = 18	3 × 9 = 27	4 × 9 = 36	5 × 9 = 45
2 × 10 = 20	3 × 10 = 30	4 × 10 = 40	5 × 10 = 50
6 × 1 = 6	7 × 1 = 7	8 × 1 = 8	9 × 1 = 9
6 × 2 = 12	7 × 2 = 14	8 × 2 = 16	9 × 2 = 18
6 × 3 = 18	7 × 3 = 21	8 × 3 = 24	9 × 3 = 27
6 × 4 = 24	7 × 4 = 28	8 × 4 = 32	9 × 4 = 36
6 × 5 = 30	7 × 5 = 35	8 × 5 = 40	9 × 5 = 45
6 × 6 = 36	7 × 6 = 42	8 × 6 = 48	9 × 6 = 54
6 × 7 = 42	7 × 7 = 49	8 × 7 = 56	9 × 7 = 63
6 × 8 = 48	7 × 8 = 56	8 × 8 = 64	9 × 8 = 72
6 × 9 = 54	7 × 9 = 63	8 × 9 = 72	9 × 9 = 81
6 × 10 = 60	7 × 10 = 70	8 × 10 = 80	9 × 10 = 90

2ª Lição de multiplicar.

41. Na multiplicação ha tres casos a considerar, que são:
1º Quando o multiplicando e o multiplicador teem um só algarismo.
2º Quando só o multiplicando tem mais de um algarismo.
3º Quando ambos os factores teem mais de um algarismo.

42. Primeiro caso. Quando o multiplicando e o multiplicador teem um só algarismo, o producto se acha facilmente por meio da taboada de multiplicar, que os discipulos devem ter de memoria.

Problema. Quanto é 6 multiplicado por 4?

Multiplicando	6	6
Multiplicador	4	6
		6
Producto	24	6
		24

Solução. Escreveremos 6 como multiplicando; debaixo delle escreveremos 4 como multiplicador; depois faremos um traço e diremos: 4 vezes 6 são 24, que escreveremos como producto debaixo do traço.

43. Multiplicar é um modo abreviado de sommar numeros iguaes, pois multiplicar 6 por 2 é o mesmo que repetir o numero 6 duas vezes, que são $6 + 6 = 12$; multiplicar 6 por 3 é repetir o numero 6 tres vezes, que são $6 + 6 + 6 = 18$; multiplicar 6 por 4 é repetir o numero 6 quatro vezes, que são $6 + 6 + 6 + 6 = 24$, e assim por diante.

Nota. Nos seguintes exercicios, os discipulos, depois de acharem o producto dos dois factores, devem escrever o multiplicando tantas vezes quantas forem as unidades do multiplicador e depois fazer a somma.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)	(9.)	(10.)
7	4	6	3	5	8	7	9	4	9
5	8	7	9	7	4	6	3	8	7
35									

(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)	(19.)	(20.)
2	9	4	8	7	7	6	5	9	9
9	5	5	8	5	7	9	6	5	9

3ª Lição de multiplicar.

44. Segundo caso. Quando so o multiplicando contem mais de um algarismo, multiplica-se successivamente cada algarismo do multiplicando pelo multiplicador, começando pelas unidades, e se o producto não exceder a 9, escreve-se debaixo, e se exceder a 9, escreve-se só o numero das unidades, indo as dezenas para a casa seguinte; e o mesmo se faz nas outras casas.

Problema. Multiplicar 43 por 5.

Dezenas	Unidades
4	3
	5
21	5

SOLUÇÃO. 5 vezes 3 são 15, isto é, 15 unidades, que conteem 1 dezena e 5 unidades. Escreve-se 5 debaixo das unidades, e a dezena irá para a casa seguinte.

Então, 5 vezes 4 são 20, e 1 que vai das unidades são 21, que escreveremos debaixo das dezenas. O producto é 215.

Operar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
25	25	25	25	25	25	25	25
2	3	4	5	6	7	8	9
50							

(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)	(16.)
121	132	143	154	165	176	187	198
2	3	4	5	6	7	8	9

(17.)	(18.)	(19.)	(20.)	(21.)	(22.)	(23.)
$580	$975	2$250	6$205	9$120	9$760	11$500
4	5	6	7	8	9	9
2$320	$	$	$	$	$	$

4ª Lição de multiplicar.

45. Terceiro caso. Quando ambos os factores constarem de mais de um algarismo, haverá tantas multiplicações quantos forem os algarismos do multiplicador; e o resultado de cada multiplicação se chamará **producto parcial**, e a somma de todos os productos se chamará **producto total.**

Problema. Multiplicar 43 por 25.

43
25
215
86
1075

SOLUÇÃO. O multiplicador 25 é composto de 20 e mais 5. Multiplicando-se 43 por 5, teremos 215, que é o producto parcial das unidades. Multiplicando-se 43 por 20, teremos 860, que é o producto parcial das dezenas. Por abreviatura, supprime-se a cifra, e multiplica-se 43 por 2, escrevendo-se o primeiro algarismo deste producto debaixo do segundo algarismo do producto das unidades. Sommados os dois productos parciaes, teremos 1075, que é producto total da operação.

Operar as seguintes multiplicaçoes:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
23	32	45	54	67	76	118	123
11	11	12	12	13	13	14	14

9. 89×15=1335	17. 512×24= ?	25. 915×33= ?
10. 208×16= ?	18. 523×25=	26. 993×34=
11. 215×17=	19. 636×26=	27. 1236×43=
12. 235×18=	20. 684×27=	28. 2345×56=
13. 346×19=	21. 721×28=	29. 3622×67=
14. 358×21=	22. 756×29=	30. 4139×75=
15. 405×22=	23. 802×31=	31. 5027×84=
16. 421×23=	24. 869×32=	32. 6231×92=

5ª Lição de multiplicar.

46. Para multiplicarmos um numero por 10, 100 ou 1000, bastará só accrescentar ao multiplicando tantas cifras, quantas tiver o multiplicador.

Assim, 5 × 10 = 50; 5 × 100 = 500; 5 × 1000 = 5000.

1. 9 × 10 = 90	4. 193 × 100 = ?	7. 555 × 10 = ?
2. 84 × 100 = ?	5. 356 × 10 =	8. 600 × 100 =
3. 96 × 10 =	6. 410 × 100 =	9. 827 × 1000 =

6ª Lição de multiplicar.

47. Quando um ou ambos os factores terminarem em cifras, multiplicam-se só os algarismos significativos, e accrescentam-se ao producto total as cifras que tiverem os dois factores.

```
 426      2500
 1200     2300
 852       75
426        50
511200   5750000
```

No primeiro exemplo, multiplica-se 426 por 12, e accrescentam-se duas cifras ao producto; e no segundo exemplo, multiplica-se 25 por 23, e accrescentam-se quatro cifras ao producto

1. 23 × 20 = 460	5. 560 × 60 = ?	9. 940 × 150 = ?
2. 250 × 30 = ?	6. 600 × 70 =	10. 1250 × 200 =
3. 325 × 40 =	7. 885 × 80 =	11. 3150 × 400 =
4. 440 × 50 =	8 910 × 90 =	12. 8300 × 550 =

7ª Lição de multiplicar.

48. Quando alguma casa intermedia do multiplicador for occupada por uma cifra, despreza-se essa cifra, e passa-se a fazer a multiplicação com a casa seguinte, escrevendo-se o primeiro algarismo do producto debaixo do algarismo multiplicador

```
   2425
   1003
   7275
2425
2432275
```

No exemplo que está ao lado, depois de multiplicar-se o multiplicando por 3, desprezam-se as duas cifras, e passa-se a multiplica-lo por 1, escrevendo o primeiro algarismo desse producto parcial debaixo do multiplicador 1.

1. 235 × 204 = ?	4. 4637 × 2025 = ?	7. 7234 × 4015 = ?
2. 456 × 305 =	5. 5641 × 3008 =	8. 8323 × 5006 =
3. 1236 × 4003 =	6. 6050 × 3070 =	9. 9000 × 6002 =

8ª Lição de multiplicar.

49. Prova. Para se verificar se uma multiplicação está certa, inverte-se a ordem dos factores, pondo o multiplicando debaixo do multiplicador, e faz-se de novo a multiplicação, e se o novo producto for igual ao primeiro, a operação estará certa.

```
 35    24
 24    35
---   ---
140   120
70    72
---   ---
840   840
```

Multiplicando-se 5 por 6 ou 6 por 5, o producto será sempre 30. A inversão dos factores não altera o valor do producto; portanto, multiplicando-se 35 por 24 ou 24 por 35, o producto será o mesmo.

Ao lado de cada operação, vão os termos invertidos para se tirar a prova. A letra P. significa prova.

(*1.*)	P.	(*2.*)	P.	(*3.*)	P.	(*4.*)	P.
56	48	66	47	125	230	282	148
48	56	47	66	230	125	148	282

50. Como se opéra uma multiplicação?

Regra. *Para se operar uma multiplicação, escreve-se o multiplicador debaixo do multiplicando e sublinha-se.*

Se o multiplicador contém um só algarismo, multiplica-se por elle o multiplicando, e o resultado será o producto. Se o multiplicador contém mais de um algarismo, multiplica-se o multiplicando por cada um dos algarismos significativos do multiplicador, escrevendo-se o primeiro algarismo de cada producto parcial debaixo do algarismo multiplicador.

A somma de todos os productos parciaes será o producto total da operação.

9ª Lição de multiplicar.

1. O valor da libra esterlina é 8$880; qual será então o valor de 22 libras?

2. No mez passado o preço das libras esterlinas era de 12$900; em quanto importariam então 26 libras?

3. Se uma libra custasse 10$500, quanto custariam 19 libras?

4. Custando um litro de vinho 900 réis, quanto devem custar 42 litros?

Libra esterlina, Moeda ingleza

NOTA. As moedas estrangeiras não conservam sempre o mesmo valor no nosso mercado, sobem e descem de preço segundo as alterações do cambio.

5. Sendo o valor de um dollar 1$830, quanto devem valer 25 dollares?

6. Se um dollar valesse 2$400, quanto valerião 18 dollares?

7. Em quanto importam 12 metros de chita a $440 o metro?

8. Ganhando um artista 3$500 por dia, quanto receberá elle, trabalhando 29 dias?

9. Custando um carneiro 2$800, por quanto poderei comprar 36 carneiros?

Dollar, Moeda americana

10. Gastando uma familia 4$500 por dia, quanto gastará em 30 dias?

11. Se um moinho mói 42 litros de milho por hora, quantos litros moerá em 9 horas?

12. Tendo uma vidraça 9 vidros, 12 vidraças quantos vidros terão?

13. Custando um franco $360, quanto custarão 150 francos?

14. Se um franco custasse $480, quanto custariam 85 francos?

15. Em quanto importam 26 metros de chita a 360 réis o metro.

Franco, Moeda franceza

16. Custando uma lata de peixe 1$300, em quanto importarão 17 latas?

17. Achar os productos da conta abaixo e somma-los.

12 Mangas da Bahia	*a*	*$400*	*4$800*
15 Peras d'agua.	»	*$240*	*$*
9 Frutas de conde	»	*$320*	*$*
6 Kilos de uvas brancas	»	*1$800*	*$*
18 Maçãs.	»	*$200*	*$*
		Rs. .	*23$880*

DIVIDIR

Ensino intuitivo da figura.

1. Dividindo-se 10 meninos em 2 grupos iguaes, quantos meninos haverá em cada grupo?

   Solução. 10 divididos em 2 partes iguaes dá 5 mais 5.

2. 15 maçãs divididas em 3 porções iguaes, quantas maçãs haverá em cada porção?
3. Repartindo-se 12 peras por 4 meninos, quantas peras receberá cada um?
4. Dividindo-se 10 laranjas por 10 meninos, quantas receberá cada um?
5. Dividindo-se 10 pennas por 5 meninos, quantas receberá cada um?
6. Com 8$ quantos livros posso comprar, de 2$ cada um?
7. Com 7 tostões, quantas maçãs posso comprar, de tostão cada uma?
8. Dividindo-se 12 estrellas, em grupos de 3 estrellas, quantos grupos teremos?

   * * * | * * * | * * * | * * *

9. Dividindo-se as mesmas estrellas em grupos de 4 estrellas, quantos teremos?

   * * * * | * * * * | * * * *

1ª Lição de dividir.

51. Dividir é achar quantas vezes um numero contem outro.

O numero que se divide chama-se **dividendo.**

O numero pelo qual se divide o dividendo, chama-se **divisor.**

O resultado da operação chama-se **quociente.**

A quantidade que em algumas operações fica por dividir chama-se **resto.**

52. O signal ÷ escrito entre dois numeros mostra que o primeiro se deve dividir pelo segundo; assim, 6 ÷ 2 = 3, lê-se: *6 dividido por 2 igual a 3.*

Problema. Dividindo-se 6 gatos em duas porções iguaes, quantos gatos terá cada porção?

Solução. Para dividirmos 6 gatos em 2 porções iguaes, temos de dividir 6 por 2. Então, 6 divididos por 2 dá 3. Cada porção terá 3 gatos. Neste problema, 6 é o dividendo, 2 é o divisor e 3 é o quociente.

6 ÷ 2 = 3

Nota. Para podermos opèrar uma divisão é necessario primeiramente aprendermos muito bem a seguinte taboada de dividir:

2 ÷ 2 = 1	3 ÷ 3 = 1	4 ÷ 4 = 1	5 ÷ 5 = 1
4 ÷ 2 = 2	6 ÷ 3 = 2	8 ÷ 4 = 2	10 ÷ 5 = 2
6 ÷ 2 = 3	9 ÷ 3 = 3	12 ÷ 4 = 3	15 ÷ 5 = 3
8 ÷ 2 = 4	12 ÷ 3 = 4	16 ÷ 4 = 4	20 ÷ 5 = 4
10 ÷ 2 = 5	15 ÷ 3 = 5	20 ÷ 4 = 5	25 ÷ 5 = 5
12 ÷ 2 = 6	18 ÷ 3 = 6	24 ÷ 4 = 6	30 ÷ 5 = 6
14 ÷ 2 = 7	21 ÷ 3 = 7	28 ÷ 4 = 7	35 ÷ 5 = 7
16 ÷ 2 = 8	24 ÷ 3 = 8	32 ÷ 4 = 8	40 ÷ 5 = 8
18 ÷ 2 = 9	27 ÷ 3 = 9	36 ÷ 4 = 9	45 ÷ 5 = 9
20 ÷ 2 = 10	30 ÷ 3 = 10	40 ÷ 4 = 10	50 ÷ 5 = 10

6 ÷ 6 = 1	7 ÷ 7 = 1	8 ÷ 8 = 1	9 ÷ 9 = 1
12 ÷ 6 = 2	14 ÷ 7 = 2	16 ÷ 8 = 2	18 ÷ 9 = 2
18 ÷ 6 = 3	21 ÷ 7 = 3	24 ÷ 8 = 3	27 ÷ 9 = 3
24 ÷ 6 = 4	28 ÷ 7 = 4	32 ÷ 8 = 4	36 ÷ 9 = 4
30 ÷ 6 = 5	35 ÷ 7 = 5	40 ÷ 8 = 5	45 ÷ 9 = 5
36 ÷ 6 = 6	42 ÷ 7 = 6	48 ÷ 8 = 6	54 ÷ 9 = 6
42 ÷ 6 = 7	49 ÷ 7 = 7	56 ÷ 8 = 7	63 ÷ 9 = 7
48 ÷ 6 = 8	56 ÷ 7 = 8	64 ÷ 8 = 8	72 ÷ 9 = 8
54 ÷ 6 = 9	63 ÷ 7 = 9	72 ÷ 8 = 9	81 ÷ 9 = 9
60 ÷ 6 = 10	70 ÷ 7 = 10	80 ÷ 8 = 10	90 ÷ 9 = 10

2ª Lição de dividir.

53. Na divisão ha tres casos a considerar, que são:

1º Quando o dividendo tem só dois algarismos.
2º Quando o dividendo tem mais de dois algarismos.
3º Quando o divisor tem dois ou mais algarismos.

54. Primeiro caso. Quando o dividendo não tem mais de dois algarismos, acha-se facilmente o quociente, por meio da taboada de dividir.

4 ÷ 2 = 2	16 ÷ 4 = ?	36 ÷ 6 = ?	32 ÷ 8 = ?
6 ÷ 2 = ?	20 ÷ 4 =	42 ÷ 6 =	40 ÷ 8 =
8 ÷ 2 =	24 ÷ 4 =	48 ÷ 6 =	48 ÷ 8 =
10 ÷ 2 =	28 ÷ 4 =	54 ÷ 6 =	56 ÷ 8 =
12 ÷ 3 =	25 ÷ 5 =	35 ÷ 7 =	54 ÷ 9 =
15 ÷ 3 =	30 ÷ 5 =	42 ÷ 7 =	63 ÷ 9 =
18 ÷ 3 =	35 ÷ 5 =	49 ÷ 7 =	72 ÷ 9 =
21 ÷ 3 =	40 ÷ 5 =	56 ÷ 7 =	81 ÷ 9 =

3ª Lição de dividir.

55. Para achar-se quantas vezes um numero menor está contido em um maior, busca-se mentalmente o numero que, multiplicado pelo menor, produza o maior.

Problema. Em 12 quantas vezes ha 4?

0000,0000,0000,
0000

Solução. Em 12 ha 3 vezes 4, porque 3 vezes 4 são 12.

Se escrevermos 12 cifras em linha, e debaixo escrevermos 4 cifras, havemos de notar que a linha de cima terá 3 vezes a linha debaixo.

Exercicio oral:

Em 15 quantas vezes ha 3?
Em 16 quantas vezes ha 4?
Em 18 quantas vezes ha 6?
Em 20 quantas vezes ha 5?
Em 24 quantas vezes ha 6?
Em 35 quantas vezes ha 7?
Em 40 quantas vezes ha 8?
Em 42 quantas vezes ha 6?
Em 45 quantas vezes ha 9?
Em 49 quantas vezes ha 7?
Em 56 quantas vezes ha 8?
Em 60 quantas vezes ha 6?
Em 72 quantas vezes ha 8?
Em 81 quantas vezes ha 9?

4ª Lição de dividir.

56. Segundo caso. Quando o dividendo contém mais de dois algarismos, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separado por um risco vertical e sublinha-se, e depois divide-se cada casa do dividendo pelo divisor, começando pelas unidades superiores.

Problema. Dividir 892 por 4.

Centenas	Dezenas	Unidades	
8	9	2	4
0	1	0	223

Solução. Temos de dividir cada uma das tres casas do dividendo pelo divisor 4. Começando pela primeira casa da direita, temos 8, que dividido por 4 dá 2, escreveremos 2 debaixo do divisor, e diremos: 2 vezes 4 são 8, para 8 resta nada. Passando á casa seguinte, temos 9 que dividido por 4 dá 2, escreveremos 2 debaixo do divisor, e diremos: 2 vezes 4 são 8, para 9 resta 1. Este resto é uma dezena que tem 10 unidades, as quaes juntas com as unidades da casa seguinte fazem 12. Agora, o numero 12 dividido por 4 dá 3; escreveremos 3 debaixo do divisor e diremos: 3 vezes 4 são 12, para 12 resta nada. O quociente da divisão é 223.

1. 124 ÷ 2 = 62	7. 415 ÷ 5 = ?	13. 712 ÷ 8 = ?	19. 3828 ÷ 4 = ?
2. 156 ÷ 2 = ?	8. 440 ÷ 5 =	14. 720 ÷ 8 =	20. 4395 ÷ 5 =
3. 237 ÷ 3 =	9. 552 ÷ 6 =	15. 801 ÷ 9 =	21. 5328 ÷ 6 =
4. 264 ÷ 3 =	10. 534 ÷ 6 =	16. 819 ÷ 9 =	22. 6139 ÷ 7 =
5. 316 ÷ 4 =	11. 602 ÷ 7 =	17. 1386 ÷ 2 =	23. 7320 ÷ 8 =
6. 324 ÷ 4 =	12. 623 ÷ 7 =	18. 2154 ÷ 3 =	24. 8712 ÷ 9 =

5ª Lição de dividir

57. Quando qualquer casa do dividendo for inferior ao divisor, escreve-se uma cifra no quociente e junta-se essa casa com a seguinte para se operar a divisão:

Problema. Dividir 2436 por 6.

2436	6
0 0	406

Solução. Como não podemos dividir 2 por 6, tomaremos a casa seguinte e teremos 24. No principio da operação não é necessario escrever a cifra no quociente, porque alli ella é desnecessaria. Então, 24 dividido por 6 dá 4 e não fica resto. Temos agora de dividir a casa seguinte que é 3; ora, como não podemos dividir 3 por 6, tomaremos tambem a casa seguinte, que é 6 e teremos 36. Escreveremos uma cifra no quociente e depois dividiremos 36 por 6, que dá 6. O quociente da divisão é 406.

1. 1218 ÷ 3 = 406	4. 4254 ÷ 6 = ?	7. 5608 ÷ 8 = ?
2. 1632 ÷ 4 = ?	5. 6663 ÷ 7 =	8. 4016 ÷ 8 =
3. 2540 ÷ 5 =	6. 6349 ÷ 7 =	9. 7227 ÷ 9 =

6ª Lição de dividir.

58. Quando o divisor dividir exactamente o dividendo, o quociente ficará completo; mas, quando não o dividir exactamente, haverá um resto na divisão, e o quociente ficará incompleto.

Nota. Quando chegarmos ás fracções, ahi aprenderemos a dividir tambem o resto e a completar o quociente. Por emquanto, desprezaremos o resto.

Problema. Dividindo-se 7 maçãs por 2 meninos, quantas maçãs receberá cada um ?

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$$

Solução. Dividindo-se 7 por 2, o quociente é 3, e fica 1 de resto. Cada menino receberá 3 maçãs e ficará 1 maçã de resto por dividir. Na figura, vemos que, de 7 maçãs tirando 2 vezes 3 maçãs, que são 6, resta 1 maçã.

Divisões em que ha resto:

1. 15 ÷ 2 = ?	5. 52 ÷ 6 = ?	9. 93 ÷ 2 = ?	13. 331 ÷ 6 = ?
2. 23 ÷ 3 =	6. 65 ÷ 7 =	10. 101 ÷ 3 =	14. 583 ÷ 7 =
3. 38 ÷ 4 =	7. 77 ÷ 8 =	11. 131 ÷ 4 =	15. 925 ÷ 8 =
4. 46 ÷ 5 =	8. 85 ÷ 9 =	12. 238 ÷ 5 =	16. 1321 ÷ 9 =

7ª Lição de dividir.

59. Terceiro caso. Quando o divisor tem dois ou mais algarismos, separam-se no dividendo tantos algarismos, quantos contém o divisor, e mais ainda um, se o numero formado pelos algarismos separados for inferior ao divisor, e opera-se do modo seguinte:

Problema. Dividir 2786 por 13.

```
2786 |13
26    214
 18
 13
  56
  52
   4
```

Solução. Como o divisor tem dois algarismos, separam-se tambem dois algarismos no dividendo total, e temos 27 como o primeiro dividendo parcial. Em 27 ha 2 vezes 13; ora, 2 vezes 13 são 26, que subtrahido de 27, resta 1. Desce-se a casa seguinte para o resto, e temos 18 como o segundo dividendo parcial. Em 18 ha 1 vez 13 e ficam 5 de resto. Desce-se á casa seguinte, que é a ultima, e temos 56 como o terceiro dividendo parcial. Em 56 ha 4 vezes 13 e ficam 4 de resto. O quociente é 214.

1. 132 ÷ 12 = 11	9. 2320 ÷ 20 = ?	17. 6328 ÷ 28 = ?
2. 182 ÷ 13 = ?	10. 2415 ÷ 21 =	18. 7424 ÷ 29 =
3. 224 ÷ 14 =	11. 3212 ÷ 22 =	19. 12360 ÷ 30 =
4. 285 ÷ 15 =	12. 3634 ÷ 23 =	20. 23494 ÷ 34 =
5. 320 ÷ 16 =	13. 4224 ÷ 24 =	21. 36225 ÷ 45 =
6. 425 ÷ 17 =	14. 4650 ÷ 25 =	22. 42347 ÷ 53 =
7. 522 ÷ 18 =	15. 5278 ÷ 26 =	23. 52352 ÷ 64 =
8. 608 ÷ 19 =	16. 5454 ÷ 27 =	24. 12354 ÷ 87 =

8ª Lição de dividir.

60. Para se dividir um numero por 10, 100, ou 1000, bastará só cortar na direita do dividendo tantos algarismos, quantas cifras tiver o divisor. A parte que fica á esquerda será o quociente, e a que fica á direita será o resto.

Problema. Dividir 835 por 100.

835 ÷ 100 = 8.35

SOLUÇÃO. Como o divisor tem duas cifras, cortam-se com a virgula dois algarismos á direita do dividendo, e o quociente será 8, e o resto 35.

1. 372 ÷ 10 = 37.2	4. 3456 ÷ 100 = ?	7. 6156 ÷ 1000 = ?
2. 599 ÷ 100 = ?	5. 4500 ÷ 100 =	8. 8320 ÷ 10 =
3. 943 ÷ 10 =	6. 5940 ÷ 10 =	9. 9000 ÷ 1000 =

9ª Lição de dividir.

61. Quando o dividendo e o divisor terminam em cifras, abrevia-se a operação cortando igual numero de cifras em ambos os termos.

Problema. Dividir 252000 por 800.

252000 | 800
140 | 315

SOLUÇÃO. Cortando-se duas cifras no dividendo ficará 2520, cortando-se duas cifras no divisor ficará 8. Dividindo-se agora 2520 por 8, o quociente será igual áquelle que obteriamos, se dividissemos 252000 por 800. O quociente é 315.

1. 4400 ÷ 40 = 110	4. 5500 ÷ 500 = ?	7. 8400 ÷ 600 = ?
2. 4800 ÷ 200 = ?	5. 7200 ÷ 480 =	8. 9900 ÷ 330 =
3. 4680 ÷ 80 =	6. 7500 ÷ 150 =	9. 18900 ÷ 700 =

10ª Lição de dividir.

62. Para se verificar se uma divisão está certa, multiplica-se o quociente pelo divisor, e ao producto junta-se o resto, se o houver, e se o resultado for igual ao dividendo, a operação estará exacta.

Problema. Dividir 95 por 5, e depois tirar a prova da operação

95 | 5
40 | 19
× 5
95

SOLUÇÃO. Dividindo-se 95 por 5 o quociente será 19; multiplicando-se agora 19 por 5, o producto será 95. Quando ha resto, junta-se ao producto para obter o dividendo.

Operar e tirar a prova das seguintes divisões:

1. 188 ÷ 13 = ?	6. 2328 ÷ 20 = ?	11. 6329 ÷ 48 = ?
2. 286 ÷ 15 =	7. 2631 — 23 =	12. 8626 ÷ 69 =
3. 336 ÷ 16 =	8. 3743 ÷ 25 =	13. 12345 ÷ 87 =
4. 420 ÷ 18 =	9. 4325 ÷ 28 =	14. 23562 ÷ 122 =
5. 521 ÷ 19 =	10. 5286 ÷ 37 =	15. 37564 ÷ 213 =

63. Como se opéra uma divisão?

Regra. *Para se operar uma divisão, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separado por um risco, sublinha-se o divisor, e sob o risco escreve-se o quociente.*

Separam-se no dividendo tantos algarismos, quantos contém o divisor, e mais ainda um, se o numero formado pelos algarismos separados é menor do que o divisor.

Acha-se quantas vezes o divisor é contido nos algarismos separados do dividendo, e o resultado escreve-se no quociente.

Multiplica-se o divisor pelo numero achado, e o producto se subtrahe do dividendo, e o resto, junto com o algarismo seguinte do dividendo, fórma um novo dividendo parcial. Assim se continúa, até se dividirem todas as casas do dividendo total.

11ª Lição de dividir.

1. Dividindo-se igualmente 12 nozes por 2 meninos, que porção receberá cada um?

2. Custando 15 carneiros 60$000, qual é o preço de cada carneiro?

3. Comprei 100 laranjas por 1$000, desejo saber o preço de cada laranja.

4. Custando uma pipa de vinho 240$000, e tendo a pipa 480 litros, qual o preço de cada litro de vinho?

5. Quantos pasteis poderei comprar com 20$000, custando 80 réis cada pastel?

6. Se 18 metros de morim custaram 7$560, qual foi o preço de um metro?

12ª Lição sobre as quatro operações.

1. Se 3 laranjas custam 6 vintens, quanto devem custar 5 laranjas?

Solução. Se 3 laranjas custam 6 vintens, 1 laranja deve custar $6 \div 3 = 2$ vintens, e 5 laranjas devem custar 5 vezes 2 vintens, que são 10 vintens.

2. Se 7 metros de fazenda custam 3$500, quanto devem custar 9 metros?

3. Custando 15 litros de feijão 3$000, quanto custarão 18 litros?

4. Quanto tempo levará um trabalhador a ajuntar 24$000, sabendo-se que elle só póde ajuntar 2$400 em cada 3 dias?

5. Se 12 cavallos gastam 168 litros de milho por semana, quantos litros gastarão só 5 cavallos?

6. Se 5 homens pódem plantar um campo em 4 dias, 1 só homem em quantos dias o plantará?

Solução. Se 5 homens gastam 4 dias, 1 só homem deve gastar 5 vezes mais tempo, que é 5 vezes 4 dias igual a 20 dias.

7. Se 7 homens fazem uma obra em 3 dias, 1 homem em quantos dias a fará?

8. Sabendo-se que em 6 dias 3 homens fazem certo trabalho, em quanto tempo o faria um só homem?

9. Se 8 homens fazem uma obra em 5 dias, 4 homens em quantos dias a farão?

SOLUÇÃO. 8 homens fazem a obra em 5 dias e 1 homem a faz em 5 × 8 = 40 dias; então, 4 homens devem faze-la na quarta parte do tempo, que é 40 ÷ 4 = 10 dias.

10. Se 12 homens pódem fazer uma roça em 7 dias, 14 homens em quantos dias a farão?

11. Da somma de 254 e 321 tirar 125; o resto multiplicado por 12, e depois o producto dividido por 54, qual é o quociente? Resposta. 100.

12. José tem 5 livros, e Raul tem o dobro; quantos livros tem Raul?

13. Júlia tem 12 nozes, e Guiomar tem o tripulo, quantas nozes tem Guiomar?

14. Qual é o quadruplo, de 9?

15. Qual é o duplo de 12?

PROPRIEDADES DOS NUMEROS

64. Os numeros, quanto á sua composição, dividem-se em primos e multiplos.

Numeros primos são os que não podem ser dvididos exactamente senão por si ou por 1; assim, 13 é numero primo, porque só póde ser dividido por 1 ou por 13.

Todos os numeros primos, desde 1 até 50, são 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

Numeros multiplos são o producto de dois ou mais factores, e por isso, podem ser divididos exactamente por esses numeros. Assim, 6 é numero multiplo, porque é o producto de 2 vezes 3 ou de 3 vezes 2, e por isso, além de ser divisivel por si e por 1, como os numeros primos, é tambem divisivel por 2 e por 3.

65. Dois ou mais numeros são primos entre si, quando não ha nenhum numero que os divida exactamente; assim 8 e 9 são numeros primos entre si, porque não ha divisor que divida exacta-

mente estes dois numeros. Mas, nem 8 nem 9, separadamente, são primos, porque 8 é divisivel por 2 e por 4, e 9 é divisivel por 3.
São tambem primos entre si 10 e 21, 15 e 17, etc.

66. Para sabermos se um numero é ou não divisivel por 2, por 3, por 4, por 5, por 6, por 9 ou por 10, não é necessario effectuar a divisão, bastará só conhecermos os seguintes caracteres da divisibilidade dos numeros:

Por 2.

1° Todo o numero par é divisivel por 2.

Os numeros pares terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0. Ora, todos os numeros terminados nestes algarismos são ou 2 ou multiplos de 2, e por isso são divisiveis por 2. Os numeros impares divididos por 2, deixam sempre resto.

Por 3.

2° Todo o numero, cuja somma de seus algarismos for divisivel por 3, será tambem divisivel por 3.

A somma dos algarismos do numero 147 é $1+4+7=12$. Ora, como 12 é divisivel por 3, o numero 147 tambem o é.

Por 4.

3° Todo o numero, cujos dois ultimos algarismos da direita forem divisiveis por 4, será tambem divisivel por 4.

O numero 328 compõe-se de $300+28$. Ora, 4 divide 100, sem deixar resto; e, se divide 100, divide tambem 200, 300, etc., que são multiplos de 100. Portanto, 4 dividindo os dois ultimos algarismos, que são 28, divide o numero inteiro.

Por 5.

4° Todo o numero que terminar em 5 ou 0, é divisivel por 5.

Os numeros que terminam em 5 ou 0 são todos multiplos de 5, como 10, 15, 20, 25, 30, que são divisiveis por 5.

Por 6.

5° Todo o numero par, que for divisivel por 3, será tambem divisivel por 6.

Os primeiros numeros pares, que são divisiveis por 3, são 6, 12, 18, 24, 30, etc; ora, todos estes numeros são multiplos de 6, e por isso, são divisiveis por 6.

Por 9.

6° Todo o numero cuja somma de seus algarismos for divisivel por 9, será tambem divisivel por 9.

O numero 4356 é divisivel por 9, porque a somma de seus algarismos, que é $4+3+5+6=18$, é tambem divisivel por 9.

Por 10.

7° Todo o numero terminado em cifra é divisivel por 10.

Os numeros terminados em cifra só podem ser 10 ou multiplos de 10; assim, 30, 90, 180 são divisiveis por 10.

Problema. Como poderemos saber se 97 é numero primo?

97 | 11
88 | 8
9

Solução. Pelos caracteres da divisibilidade, já sabemos que 97 não é divisivel por 2, nem por 3, nem por 5. Dividindo-se 97 por 7 deixa resto; dividindo-se por 11 deixa resto e o quociente é menor do que o divisor, o que indica que 97 não tem nenhum outro divisor, e por isso, é numero primo.

Regra. *Para se conhecer se um numero é primo, divide-se successivamente esse numero pelos numeros primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc., até que o quociente seja menor do que o divisor; e se houver resto em todas as divisões, o numero será primo.*

Nota. O discipulo achará todos os numeros primos na seguinte serie, e depois dirá os caracteres da divisibilidade de cada numero multiplo.

52	60	79	89	102	112	138	152	318
53	65	81	95	103	113	139	169	354
58	67	83	96	105	120	150	264	405
59	74	86	97	107	127	151	315	540

Maximo divisor commum.

67. **Divisor** é um numero que divide outro sem deixar resto; assim, 3 é divisor de 12, porque o divide exactamente.

Divisor commum é um numero que divide dois ou mais numeros sem deixar resto; assim, 4 é divisor commum de 16 e 24, porque divide estes dois numeros sem deixar resto.

68. **Maximo divisor commum** é o maior numero que divide dois ou mais numeros sem deixar resto; assim, 2 e 4 são divisores communs de 16 e 24, mas 8 é o maximo divisor commum destes numeros, porque não ha um divisor maior que os divida sem deixar resto.

Problema. Qual é o maximo divisor commum de 28 e 40?

40 | 28
28 | 1
12

28 | 12
24 | 2
04

12 | 4
0 | 3

Solução. Dividindo-se o numero maior pelo menor, o quociente é 1 e o resto é 12.

Dividindo-se depois o numero menor 28 pelo resto 12, o quociente é 2, e o resto é 4.

Dividindo-se ainda o resto 12 pelo resto 4, o quociente é 3, e o resto é nada. O divisor que não deixa resto, é 4, e por isso, é o maximo divisor commum de 40 e 28.

Regra *Para achar-se o maximo divisor commum de dois numeros, divide-se o numero maior pelo menor; em seguida divide-se este primeiro divisor pelo primeiro resto e depois o segundo divisor pelo segundo resto, e assim por diante até a divisão não deixar resto. O divisor que não deixar resto, será o maximo divisor commum.*

Nota. Se logo na primeira divisão não houver resto, o numero menor será o maximo divisor commum. Quando os dois numeros são primos entre si, não teem divisor commum: assim, 15 e 16 não teem divisor commum (n.º 65).

Achar o maximo divisor commum

1. de 12 e 16 . .	Resp. 4	6. de 140 e 210 . .	Resp. ?
2. de 15 e 20 . .	» 5	7. de 60 e 90 . .	» ?
3. de 42 e 54 . .	» ?	8. de 231 e 273 . .	» ?
4. de 70 e 110 . .	» ?	9. de 247 e 323 . .	» ?
5. de 105 e 165 . .	» ?	10. de 285 e 465 . .	» ?

Minimo multiplo commum.

69. Multiplo de um numero é qualquer numero que o contém um exacto numero de vezes; assim, 12 é multiplo de 4, porque contém exactamente 3 vezes o numero 4.

Multiplo commum de dois ou mais numeros é qualquer numero que contém esses numeros um exacto numero de vezes; assim, 18 é multiplo commum de 2, 3, 6 e 9, porque contém exactamente 9 vezes o numero 2; 6 vezes o numero 3; 3 vezes o numero 6 ou 2 vezes o numero 9. Os numeros 2, 3, 6 e 9 têm outros multiplos communs, que são 36, 54, 72, etc., mas o menor ou minimo de todos é 18.

70. Minimo multiplo commum de dois ou mais numeros é o menor numero que contém esses numeros um exacto numero de vezes, e por isso, póde dividir-se por todos elles sem deixar resto.

Problema. Qual é o minimo multiplo commum de 4, 6, 8 e 12?

4, 6, 8, 12	2
2, 3, 4, 6	2
1, 3, 2, 3	3
1, 1, 2, 1	2
1, 1, 1, 1	

$2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$

Solução. Escrevem-se os numeros 4, 6, 8 e 12 e sublinham-se. Acha-se depois o menor divisor que divida dois ou mais destes numeros sem deixar resto. Ora, o menor divisor é 2, que póde dividir dois e até todos. Escreve-se 2 á direita dos numeros, e dividem-se por elle todos os numeros, pondo debaixo de cada um o seu quociente. Então, diz-se, 4 dividido por 2 dá 2; 6 dividido por 2 dá 3; 8 dividido por 2 dá 4, e 12 dividido por 2 dá 6. Os quocientes desta primeira divisão são 2, 3, 4 e 6. Passa-se um traço debaixo destes numeros, e acha-se outra vez o menor divisor, que divida dois ou mais numeros sem deixar resto. Esse divisor é ainda 2, que póde dividir tres dos numeros. Escreve-se 2 á direita dos numeros, e por elle se dividem todos os que forem

divisiveis, pondo debaixo de cada um o seu quociente. O numero 3, como não é divisivel por 2, passa inteiro para baixo, e teremos então os numeros1, 3, 2 e 3. Como dois dos numeros se podem ainda dividir por 3, escreveremos 3 á direita, como divisor, e por elle dividiremos os numeros; e como 2 não é divisivel por 3 passa para baixo, e temos os numeros 1, 1, 2 e 1. Como resta só 2, escreve-se 2 á direita como divisor, e divide-se por elle, para que todos os quocientes sejam 1. Multiplicando-se agora todos os divisores, temos o producto 24, que é minimo multiplo commum de 4, 6, 8 e 12.

Regra. *Para achar-se o minimo multiplo commum de dois ou mais numeros, escrevem-se todos os numeros em linha, separados por virgulas, e sublinham-se; acha-se o menor divisor que divida exactamente ao menos dois numeros, e escreve-se esse numero á direita, e dividem-se por elle todos os numeros que forem divisiveis; e escrevem-se debaixo os quocientes e os numeros que não forem exactamente divisiveis por elle.*

Divide-se ainda esta nova linha de numeros pelo menor divisor, que ao menos divida dois numeros; e assim procede-se até que não haja nos quocientes senão o algarismo 1. O continuado producto de todos os divisores será a resposta.

Nota. Quando todos os numeros dados são primos entre si, o minimo multiplo commum desses numeros é o seu producto continuado. Assim, o minimo multiplo commum de 4, 5 e 7 é 4×5×7=140.

Este processo é muito necessario para reduzir facilmente fracções ao minimo denominador commum, e por isso deve ser muito exercitado.

Damos tres exercicios resolvidos para melhor comprehensão da regra.

(1.)

5,	12,	15,	18	2
5,	6,	15,	9	3
5,	2,	5,	3	5
1,	2,	1,	3	2
1,	1,	1,	3	3
1,	1,	1.	1	

2×3×5×2×3=180

(2.)

6,	12,	20	2
3,	6,	10	2
3,	3,	5	3
1,	1,	5	5
1,	1.	1	

2×2×3×5=60

(3.)

10,	12,	15,	20,	30	2
5.	6,	15,	10,	15	2
5,	3,	15,	5,	15	3
5,	1,	5,	5;	5	5
1.	1.	1.	1.	1	

2×2×3×5=60

Achar o minimo multiplo commum de

1.	3, 6 e 9.	Resp.	18	7.	9, 3, 12 e 15.	Resp.	?
2.	4, 12 e 18.	»	36	8.	12, 18, 30 e 15.	»	?
3.	8, 24, 6 e 3	»	24	9.	8, 10, 15 e 18.	»	?
4.	15, 20 e 10.	»	?	10.	9, 12, 15 e 18.	»	?
5.	21, 45 e 14.	»	?	11.	9, 20, 15 e 36.	»	?
6.	8, 12 e 20.	»	?	12.	7, 9, 13 e 4	»	3276

FRACÇÕES

71. Fracçao ou quebrado é uma ou mais partes de uma unidade.

Uma unidade é uma cousa inteira, como por exemplo, uma maçã. Se dividirmos esta maçã em duas partes iguaes, cada

uma destas partes se chamará uma metade ou um meio da maçã, e se escreverá $\frac{1}{2}$, isto é, 1 dividido por 2. Se a dividirmos em tres partes iguaes, cada parte se chamará um terço, e se escreverá $\frac{1}{3}$.

Se dividirmos a maçã em quatro partes, cada uma parte se chamará um quarto da maçã, e se escreverá $\frac{1}{4}$. Duas destas par-

tes são dois quartos da maçã e se escrevem $\frac{2}{4}$; tres destas partes são tres quartos e se escrevem $\frac{3}{4}$, e as quatro partes são $\frac{4}{4}$ ou a maçã inteira.

72. Ha duas especies de fracções, denominadas **Fracções ordinarias** e **Fracções decimaes.**

Agora, trataremos só das Fracções ordinarias; no capitulo seguinte, trataremos das decimaes.

73. A fracção ordinaria compõe-se de dois numeros separados por um risquinho horizontal. Estes dois numeros chamam-se **termos** da fracção. O termo de cima chama-se **numerador**, e o de baixo **denominador.**

Numerador 2
Denominador 3 $\frac{2}{3}$

O denominador mostra em quantas partes está dividida a unidade, e o numerador mostra o numero das partes que tem a fracção. Assim, $\frac{2}{3}$ quer dizer que a unidade foi dividida em 3 partes iguaes e se tomaram 2 dessas **partes.**

74. As fracções se leem do seguinte modo:

$\frac{1}{2}$,	$\frac{2}{3}$,	$\frac{1}{4}$,	$\frac{3}{5}$,	$\frac{4}{6}$,	$\frac{5}{7}$,	$\frac{8}{8}$,	$\frac{6}{9}$,	$\frac{7}{10}$.
1 meio,	2 terços	1 quarto,	3 quintos,	4 sextos,	5 setimos,	8 oitavos,	6 nonos,	7 decimos.

75. Quando o denominador excede a 10, dá-se-lhe o nome cardinal e ajunta-se-lhe a palavra **ávos**, como,

$\frac{5}{11}$,	$\frac{9}{18}$,	$\frac{16}{24}$,	$\frac{6}{35}$,	$\frac{45}{80}$,	$\frac{75}{120}$.
5 onze ávos,	9 dezoito ávos,	16 vinte e quatro ávos,	6 trinta e cinco ávos,	45 oitenta ávos,	75 cento e vinte ávos.

O alumno lerá as seguintes fracções:

$\frac{3}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{14}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{1}{6}$,

$\frac{6}{7}$, $\frac{15}{19}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{16}{35}$, $\frac{7}{44}$, $\frac{25}{50}$, $\frac{18}{63}$, $\frac{48}{91}$, $\frac{18}{100}$, $\frac{36}{155}$, $\frac{125}{330}$.

Fracções proprias e improprias.

76. As fracções podem ser proprias ou improprias.

Fracção propria é a que tem o numerador menor do que o denominador. Chama-se propria porque é realmente uma fracção, visto ser menor do que a unidade. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$ e $\frac{10}{15}$ são fracções proprias.

Fracção impropria é a que tem o numerador igual ao denominador ou maior do que elle. Chama-se fracção impropria, porque só tem a fórma de fracção, mas o seu valor é igual á unidade, e ás vezes maior do que ella. $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{4}$ e $\frac{12}{10}$ são fracções improprias.

77. É facil saber quanto falta a uma fracção propria para completar a unidade ou 1 inteiro, e tambem quanto excede á unidade quando é fracção impropria.

Quando o numerador é igual ao denominador, a fracção é igual a 1; pois se dividirmos uma maçã em 5 partes iguaes, teremos cinco quintos da maçã; ora, tomando-se esses cinco quintos, toma-se a maçã inteira: logo, $\frac{5}{5}$ são iguaes a 1 inteiro.

Daqui comprehendemos facilmente que a $\frac{3}{5}$ faltam $\frac{2}{5}$ para 1 inteiro; a $\frac{4}{5}$ falta $\frac{1}{5}$ para 1 inteiro, porque 1 inteiro tem $\frac{5}{5}$; assim tambem $\frac{6}{5}$ excedem $\frac{1}{5}$ de 1; $\frac{7}{5}$ excedem $\frac{2}{5}$ de 1, etc.

NOTA. Os discipulos, lendo cada uma das seguintes fracções, dirão quanto lhes falta para a unidade, ou a quanto excedem.

Proprias: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{18}{28}$, $\frac{25}{50}$, $\frac{120}{245}$.

Improprias: $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{16}{14}$, $\frac{35}{20}$, $\frac{325}{123}$.

Dividendo menor que o divisor.

78. Uma fracção é tambem considerada como uma divisão na qual o numerador é o dividendo, o denominador é o divisor e a fracção é o quociente. Em $\frac{3}{4}$, por exemplo, 3 é o dividendo; 4 é o divisor, e $\frac{3}{4}$ é o quociente. De sorte que $3 \div 4 = \frac{3}{4}$.

Problema. Sendo uma maçã dividida igualmente entre 6 meninos, que fracção da maçã receberá cada menino?

Solução. O dividendo é a maçã ou 1, e o divisor é 6. Ora, para dividirmos 1 maçã por 6 meninos, temos de parti-la em 6 partes iguaes, que são 6 sextos, para darmos a cada menino $\frac{1}{6}$; portanto $1 \div 6 = \frac{1}{6}$.

Regra. *Para dividirmos um numero menor por um maior, escreveremos o dividendo como numerador, e o divisor como denominador, e a fracção resultante será o quociente.*

Exercicio oral.

1. Dividindo-se 1 laranja por 3 meninos, que parte recebe cada um? . . . . Resp. $\frac{1}{3}$
2. Dividindo-se 2 laranjas por 5 meninos? . . . . » $\frac{2}{5}$
3. Qual é o quociente de 4 dividido por 9? . . . . . . » $\frac{4}{9}$
4. Qual é o quociente de 5 dividido por 9? . . . . . . » $\frac{5}{9}$
5. Dividir 3 por 7 . . . . » ?
6. Dividir 5 por 13 . . . . » ?
7. Dividir 13 por 25 . . . . » ?
8. Dividir 21 por 29 . . . . » ?

Achar uma fracção de um numero.

79. Assim como podemos achar uma fracção de uma unidade, podemos do mesmo modo achar uma fracção de um numero composto de muitas unidades.

Se dividirmos um numero por 2, o quociente será um meio desse numero; se o dividirmos por 3, o quociente será um terço; se o dividirmos por 4, será um quarto; se o dividirmos por 5, será um quinto, e assim por diante.

Problema. Quanto é dois terços de 12?

$12 \div 3 = 4$
$4 \times 2 = 8$

Solução. Dividindo-se 12 por 3, temos 1 terço de 12, que é 4, e 2 terços são 2 vezes 4, que são 8.

1. Quanto é $\frac{1}{3}$ de 15? Resp. 5
2. Quanto é $\frac{2}{5}$ de 20? » ?
3. Quanto é $\frac{1}{7}$ de 21?
4. Quanto é $\frac{3}{8}$ de 24?
5. Quanto é $\frac{1}{4}$ de 28?
6. Quanto é $\frac{5}{6}$ de 30? Resp. 25
7. Quanto é $\frac{1}{7}$ de 35? » ?
8. Quanto é $\frac{6}{7}$ de 42?
9. Quanto e $\frac{3}{8}$ de 40?
10. Quanto e $\frac{1}{9}$ de 45?

2ª Lição sobre o mesmo ponto.

Problema. Quanto é tres quartos de um anno?

$12 \div 4 = 3$
$3 \times 3 = 9$

SOLUÇÃO. Um anno tem 12 mezes, e 1 quarto de 12 mezes é 3 mezes, e 3 quartos são 3 vezes 3 mezes, que são 9 mezes.

1. Quanto é $\frac{1}{3}$ de um anno?
2. Quanto é $\frac{1}{6}$ de um anno?
3. Quanto é $\frac{2}{3}$ do um anno?
4. Quanto é $\frac{1}{6}$ de 30 dias?
5. Quanto é $\frac{1}{5}$ de um mez?
6. Quanto é $\frac{4}{5}$ de um mez? 24 dias
7. Quanto é $\frac{1}{4}$ de uma hora?
8. Quanto é $\frac{3}{4}$ de uma hora?
9. Quanto é $\frac{2}{3}$ de uma hora?
10. Quanto é $\frac{2}{3}$ de 60 carneiros?

3ª Lição.

Problema. Um terço de um numero é 4, qual é esse numero?

$4 \times 3 = 12$

SOLUÇÃO. Se 1 terço de um numero é 4, 2 terços são 2 vezes 4, que são 8, e 3 terços, que são o numero inteiro, são 3 vezes 4, que são 12. O numero é 12.

1. Um quinto de um numero é 3, qual é esse numero? Resp. 15
2. Um terço de um numero é 6, qual é esse numero?
3. Dois terços de um numero são 8, qual é esse numero?
4. Se $\frac{3}{10}$ de um numero são 12, qual é esse numero?
5. Se $\frac{2}{3}$ de uma pipa leva 160 litros, quantos litros levará a pipa inteira?
6. Custando $\frac{1}{5}$ de um queijo $320, quanto custará o queijo inteiro?

Reduzir fracções á expressão mais simples.

80. Reduzir uma fracção á expressão mais simples é exprimi-la em termos menores, mas com o mesmo valor.

DEMONSTRAÇÃO. Dividindo-se uma maçã em 6 partes iguaes, teremos 6 sextos, que se escrevem $\frac{6}{6}$; ora, tomando-se $\frac{3}{6}$, toma-se a metade ou $\frac{1}{2}$ da maçã, logo $\frac{3}{6}$ é uma fracção igual a $\frac{1}{2}$. Se dividirmos ambos os termos de $\frac{3}{6}$ por 3, esta fracção não mudará de valor, porque ficará $\frac{3}{6} \div \frac{3}{3} = \frac{1}{2}$; se multiplicarmos ambos os termos de $\frac{1}{2}$ por 3, teremos $\frac{3}{6}$, que é uma fracção igual a $\frac{1}{2}$; logo,

Multiplicando-se ou dividindo se ambos os termos de uma fracção por um mesmo numero, não se altera o valor da fracção.

81. As fracções são reduziveis ou irreduziveis.

Fracção reduzivel é aquella que se póde mudar em outra fracção com termos menores, mas com o mesmo valor, como $\frac{4}{8}$ que se póde reduzir a $\frac{2}{4}$ e a $\frac{1}{2}$.

Fracção irreduzivel e aquella que não se póde simplificar visto os seus termos não terem um divisor commum, como $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{13}$ e $\frac{17}{18}$

Problema. Reduzir $\frac{12}{18}$ á expressão mais simples.

$$\frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

Solução. Acha-se um numero que divida exactamente ambos os termos da fracção. Como os dois termos são pares, dividem-se por 2, e a fracção ficará reduzida a seis nonos. Pode-se ainda dividir ambos os termos de seis nonos por 3, e a fracção ficará reduzida á expressão mais simples, que é dois terços. Dividindo-se logo ambos os termos por 6, que é o maximo divisor commum de 12 e 18, tem-se logo a fracção reduzida á expressão mais simples.

Regra. *Para reduzir-se uma fracção á expressão mais simples, dividem-se os seus termos por um mesmo numero, e se houver ainda um divisor commum para ambos, continúa-se a divisão até a fracção ficar irreduzivel.* Ou então:

Dividem-se ambos os termos pelo seu maximo divisor commum.

Nota. Quando o numerador de uma fracçao é a metade do denominador, a fracção é igual a um meio; assim, $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$; $\frac{19}{38} = \frac{1}{2}$, etc.

Reduzir as seguintes fracções á expressão mais simples.

	Resp.		Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{4}{8}$ = ...	$\frac{1}{2}$	7. $\frac{9}{18}$ = ...	?	13. $\frac{13}{26}$ = ...	?	19. $\frac{9}{45}$ = ...	?
2. $\frac{4}{6}$ = ...	$\frac{2}{3}$	8. $\frac{6}{24}$ = ...	?	14. $\frac{7}{35}$ = ...	?	20. $\frac{15}{45}$ = ...	?
3. $\frac{6}{9}$ = ...	$\frac{2}{3}$	9. $\frac{16}{24}$ = ...	?	15. $\frac{8}{38}$ = ...	?	21. $\frac{30}{50}$ = ...	?
4. $\frac{5}{10}$ = ...	$\frac{1}{2}$	10. $\frac{5}{25}$ = ...	?	16. $\frac{14}{28}$ = ...	?	22. $\frac{66}{88}$ = ...	?
5. $\frac{5}{15}$ = ...	$\frac{1}{3}$	11. $\frac{20}{25}$ = ...	?	17. $\frac{10}{30}$ = ...	?	23. $\frac{33}{99}$ = ...	?
6. $\frac{3}{18}$ = ...	$\frac{1}{6}$	12. $\frac{15}{25}$ = ...	?	18. $\frac{15}{30}$ = ...	?	24. $\frac{50}{100}$ = ...	?

Transformar numeros inteiros e mixtos em fracções improprias.

82. Em fracções, temos muitas vezes de operar com numeros inteiros e numeros mixtos.

Numero inteiro é o que consta de uma ou mais unidades completas, sem fracção alguma, como 3 maçãs.

Numero mixto ou fraccionario é o que consta de inteiros e fracção como 2 maçãs e dois quartos, que se escreve: $2\frac{2}{4}$.

Os numeros abstractos consideram-se tambem como inteiros ou mixtos; assim 4, 10, 15 são inteiros e $3\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{4}$, $12\frac{5}{6}$ são numeros mixtos.

83. Transformar um numero mixto em uma fracção impropria, é achar uma fracção que tenha o mesmo valor que o numero mixto.

Problema. Transformar $6\frac{3}{4}$ em uma fracção impropria.

$$6\frac{3}{4} = \frac{6 \times 4 + 3}{4} = \frac{27}{4}$$

Solução. 1 inteiro tem 4 quartos, e 6 inteiros teem $6 \times 4 = 24$ quartos; ajuntando mais 3 da fracção fazem 27 quartos.

Regra. *Para transformar-se um numero mixto em uma fracção impropria, multiplica-se a parte inteira pelo denominador da fracção e ao producto ajunta-se o numerador e escreve-se sobre o denominador*

Transformar os seguintes numeros mixtos em fracções improprias.

Resp.	Resp.	Resp.	Resp.
1. $3\frac{1}{4} = \ldots \frac{13}{4}$	6. $8\frac{1}{3} = \ldots ?$	11. $9\frac{1}{2} = \ldots ?$	16. $15\frac{3}{10} = \ldots ?$
2. $4\frac{2}{7} = \ldots \frac{30}{7}$	7. $7\frac{2}{9} = \ldots ?$	12. $10\frac{2}{3} = \ldots ?$	17. $16\frac{3}{5} = \ldots ?$
3. $5\frac{3}{4} = \ldots \frac{23}{4}$	8. $9\frac{3}{8} = \ldots ?$	13. $12\frac{4}{9} = \ldots ?$	18. $18\frac{1}{3} = \ldots ?$
4. $6\frac{1}{8} = \ldots \frac{49}{8}$	9. $6\frac{5}{12} = \ldots ?$	14. $13\frac{1}{4} = \ldots ?$	19. $25\frac{1}{3} = \ldots ?$
5. $7\frac{5}{6} = \ldots \frac{47}{6}$	10. $8\frac{2}{15} = \ldots ?$	15. $15\frac{2}{7} = \ldots ?$	20. $28\frac{2}{6} = \ldots ?$

2ª Lição.

84. Nesta lição aprenderemos a transformar um numero inteiro em uma fracção, com um denominador dado.

Problema. Transformar 4 inteiros em terços.

$$4 = \frac{4 \times 3}{3} = \frac{12}{3}$$

Solução. 1 inteiro tem 3 terços; então, 4 inteiros teem 4 vezes 3 terços, que são 12 terços.

Regra. *Para transformar-se um numero inteiro em uma fracção com um denominador dado, multiplica-se o inteiro pelo denominador e o producto será o numerador.*

Nota. Pode-se tambem escrever um numero inteiro com a fórma de fracção, dando-se-lhe o denominador 1; assim, $\frac{3}{1}$ lê-se: 3 inteiros.

Resp.	Resp.
1. Transformar 6 em quintos. $\frac{30}{5}$	5. Transformar 12 em sextos. ?
2. Transformar 7 em quartos. ?	6. Transformar 15 em setimos. ?
3. Transformar 9 em oitavos. ?	7. Transformar 20 em meios. ?
4. Transformar 8 em nonos. ?	8. Transformar 32 em decimos ?

Transformar fracções improprias em numeros inteiros.

85. Transformar uma fracção impropria em um numero inteiro, é achar o inteiro ou mixto contido na fracção.

1.º Problema. Transformar $\frac{12}{4}$ em um numero inteiro.

$$\begin{array}{l|l} 12 & 4 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

Solução. Como 1 inteiro tem 4 quartos, dividem-se os 12 quartos por 4, e teremos no quociente 3 inteiros.

2.º Problema. Transformar $\frac{11}{4}$ em um numero mixto.

$$\begin{array}{l|l} 11 & 4 \\ \hline 3 & 2\frac{3}{4} \end{array}$$

Solução. Dividindo-se 11 quartos por 4, o quociente será 2 inteiros e ficarão 3 de resto. Ora, este resto 3 póde tambem ser dividido pelo divisor 4 e dará $\frac{3}{4}$. O quociente completo será $2\frac{3}{4}$, que é um numero mixto.

Nesta solução, vemos como se completa o quociente, quando ha resto na divisão (n.º 58).

Regra. *Para transformar-se uma fracção impropria em um numero inteiro, divide-se o numerador pelo denominador, e o quociente com o resto, se o houver, será o numero inteiro ou mixto.*

Transformar as seguintes fracções improprias em numeros inteiros:

	Resp.		Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{8}{2}$ =	. . . 4	6. $\frac{16}{5}$ =	. . . . ?	11. $\frac{35}{8}$ =	. . . . ?	16. $\frac{66}{66}$ =	. . . . ?
2. $\frac{9}{4}$ =	. . . $2\frac{1}{4}$	7. $\frac{19}{19}$ =	. . . . ?	12. $\frac{36}{9}$ =	. . . . ?	17. $\frac{70}{12}$ =	. . . . ?
3. $\frac{12}{12}$ =	. . . 1	8. $\frac{20}{5}$ =	. . . . ?	13. $\frac{49}{4}$ =	. . . . ?	18. $\frac{83}{14}$ =	. . . . ?
4. $\frac{44}{8}$ =	. . . $4\frac{7}{8}$	9. $\frac{24}{4}$ =	. . . . ?	14. $\frac{54}{9}$ =	. . . . ?	19. $\frac{85}{15}$ =	. . . . ?
5. $\frac{15}{3}$ =	. . . 5	10. $\frac{80}{6}$ =	. . . . ?	15. $\frac{60}{10}$ =	. . . . ?	20 $\frac{100}{25}$ =	. . . . ?

Reduzir fracções ao minimo denominador commum.

86. Reduzir duas ou mais fracções a um denominador commum, é dar a todas um denominador igual, sem lhes alterar o valor.

Por exemplo, as duas fracções $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{8}$ teem denominadores differentes, porque um é 4, e o outro é 8; mas, se multiplicarmos ambos os termos de $\frac{3}{4}$ por 2, no que não lhe alteraremos o valor, esta fracção ficará $\frac{6}{8}$ e terá o mesmo denominador que $\frac{1}{8}$.

Nota. O methodo que vamos dar para reduzir fracções ao mesmo denominador, além de ser muito simples e facil, tem a vantagem de achar logo o minimo denominador commum, o que simplifica as fracções e abrevia os calculos.

Problema. Reduzir $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{12}$ ao minimo denominador commum.

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{8}, \frac{5}{12},$$

$$\frac{16}{24}, \frac{4}{24}, \frac{9}{24}, \frac{10}{24},$$

Solução. Acharemos primeiro o minimo multiplo commum dos quatro denominadores 3, 6, 8 e 12. (Vide n.º 70.) O minimo multiplo commum destes quatro numeros é 24, que será tambem o menor denominador commum das fracções. Escreveremos depois o numero 24 debaixo de cada fracção, pondo um traço sobre

elle, para escrevermos em cima o numerador, como vemos aqui $\overline{24}$, $\overline{24}$, $\overline{24}$, $\overline{24}$. O numero 24 será agora dividido por cada um dos denominadores e o quociente multiplicado pelo seu respectivo numerador.

Começaremos a operação por $\frac{2}{3}$; então 24 dividido por 3 dá 8, isto é, 24 é 8 vezes maior do que 3, e por isso, para o numerador 2 ficar tambem 8 vezes maior, afim de não alterar o valor da fracção, multiplicaremo-lo por 8, e teremos $2 \times 8 = 16$, que escreveremos sobre o denominador 24, e assim teremos a fracção $\frac{16}{24}$ igual a $\frac{2}{3}$.

Passaremos agora a $\frac{1}{6}$, então 24 dividido por 6 dá 4, isto é, 24 é 4 vezes maior do que 6, e para o numerador 1 ficar tambem 4 vezes maior, o multiplicaremos por 4, e teremos $1 \times 4 = 4$, que escreveremos sobre 24, e teremos $\frac{4}{24}$ igual a $\frac{1}{6}$.

Do mesmo modo faremos com $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{12}$, e teremos as quatro fracções reduzidas ao minimo denominador commum.

Regra. *Para reduzir-se duas ou mais fracções ao minimo denominador commum, simplificam-se as fracções reduziveis; em seguida acha-se o minimo multiplo commum dos denominadores das fracções, e este será o minimo denominador commum.*

Divide-se este denominador commum por cada denominador das fracções, e o quociente multiplica-se pelo numerador correspondente, e o producto se escreverá sobre o denominador commum.

Nota. Quando todos os denominadores forem primos entre si, o minimo multiplo commum de todos será o seu producto continuado. (Vide n.º 70 Nota.)

Reduzir os seguintes grupos de fracções ao seu minimo denominador commum:

	Respostas		Respostas
1. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}, \frac{3}{4}$	8. $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}$	?
2. $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}$	$\frac{10}{15}, \frac{6}{15}$	9. $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}$	?
3. $\frac{5}{8}, \frac{7}{12}$	$\frac{15}{24}, \frac{14}{24}$	10. $\frac{9}{18}, \frac{7}{14}$	?
4. $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{6}$	$\frac{12}{24}, \frac{9}{24}, \frac{20}{24}$	11. $\frac{2}{3}, \frac{6}{15}, \frac{4}{5}$	?
5. $\frac{3}{10}, \frac{4}{5}, \frac{7}{20}$	$\frac{6}{20}, \frac{16}{20}, \frac{7}{20}$	12. $\frac{2}{3}, \frac{6}{10}, \frac{15}{20}$	?
6. $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{5}{12}$	$\frac{20}{24}, \frac{9}{24}, \frac{10}{24}$	13. $\frac{25}{50}, \frac{33}{60}, \frac{18}{30}$	?
7. $\frac{4}{6}, \frac{8}{12}, \frac{6}{9}$	$\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}$	14. $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{4}{10}, \frac{6}{8}$	?

1ª Lição de sommar fracções.

87. Na operação de sommar fracções ha tres casos a considerar, que são

1º Sommar fracções que teem o mesmo denominador.
2º Sommar fracções que teem denominadores differentes.
3º Sommar fracções e numeros inteiros ou mixtos.

1º Caso. Qual é a somma de $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$?

$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{6}{4}$

Solução. 1 quarto mais 2 quartos mais 3 quartos são 6 quartos; e $\frac{6}{4}$ reduzidos a inteiros são $1\frac{2}{4}$.

Regra. *Para sommar-se fracções, que teem o mesmo denominador, juntam-se os numeradores, e escreve-se a somma sobre o denominador.*

2º Caso. Qual é a somma de $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$?

$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=$
$\frac{6}{12}+\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{17}{12}$

Solução. As fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ reduzidas ao minimo denominador commum, ficam $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$ e $\frac{3}{12}$; e a somma destas fracções é $\frac{17}{12}$ ou $1\frac{5}{12}$.

Regra. *Para sommar-se fracções com denominadores differentes, reduzem-se ao minimo denominador commum e sommam-se.*

Sommar as seguintes fracções:

Resp.	Resp.	Resp.
1. $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\ldots\frac{5}{6}$	5. $\frac{3}{7}+\frac{5}{14}=\ldots$?	9. $\frac{2}{7}+\frac{5}{6}=\ldots$?
2. $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=$?	6. $\frac{4}{8}+\frac{3}{8}=\ldots$?	10. $\frac{2}{9}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=$?
3. $\frac{2}{13}+\frac{5}{13}+\frac{6}{13}=$?	7. $\frac{2}{6}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=$?	11. $\frac{7}{12}+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=$?
4. $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=$?	8. $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}+\frac{3}{10}=$?	12. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=$?

2ª Lição de sommar fracções.

3º Caso. Qual é a somma de $8\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e 7?

$\left.\begin{matrix}\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\\ \frac{2}{4}+\frac{3}{4}\end{matrix}\right\}\begin{matrix}8+7=15\\ =\frac{5}{4}=\underline{1\frac{1}{4}}\\ 16\frac{1}{4}\end{matrix}$

Solução. A somma dos numeros inteiros é $8+7=15$. As duas fracções reduzidas ao mesmo denominador e sommadas, dão $\frac{5}{4}$ ou $1\frac{1}{4}$. Sommando agora os inteiros e fracções, temos $16\frac{1}{4}$.

Regra. *Para sommar-se numeros inteiros ou mixtos e fracções sommam-se os inteiros, e depois as fracções e juntam-se as duas sommas.*

Exercicios para sommar:

Resp.	Resp.	Resp.
1. $3+2\frac{1}{4}=\ldots 5\frac{1}{4}$	7. $8\frac{1}{5}+9\frac{1}{3}=$?	13. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+3=$?
2. $5\frac{1}{3}+4=\ldots$?	8. $10\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=$?	14. $3+6+\frac{3}{8}=$?
3. $2\frac{1}{4}+3\frac{3}{4}=\ldots$?	9. $\frac{5}{9}+3\frac{1}{4}=$?	15. $5+\frac{1}{3}+8\frac{3}{8}=$?
4. $6\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\ldots$?	10. $\frac{10}{12}+6\frac{1}{8}=$?	16. $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}+3\frac{1}{4}=$?
5. $7\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}=\ldots$?	11. $\frac{11}{12}+8\frac{3}{10}=$?	17. $7\frac{1}{5}+8\frac{1}{4}+2\frac{3}{8}=$?
6. $\frac{21}{3}+\frac{16}{4}=\ldots$?	12. $\frac{31}{6}+\frac{17}{4}=$?	18. $15+\frac{3}{8}+3\frac{5}{12}=$?

1ª Lição de subtrahir fracções.

88. Na subtracção de fracções ha 3 casos a considerar, que são:

1º Subtrahir uma fracção de outra, tendo ambas o mesmo denominador.

2º Subtrahir uma fracção de outra, quando os denominadores são differentes.

3º Subtrahir uma fracção de um numero inteiro ou mixto.

1º Caso. Subtrahir $\frac{2}{4}$ de $\frac{3}{4}$.

$$\frac{8}{4}-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

SOLUÇÃO. De 3 quartos subtrahindo 2 quartos, resta 1 quarto.

Regra. *Para subtrahir-se uma fracção de outra, quando ambas teem o mesmo denominador, acha-se a differença entre os numeradores e escreve-se sobre o denominador commum.*

2º Caso. Tirando-se $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ quanto resta?

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=$$

$$\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

SOLUÇÃO. Um meio e um quarto reduzidos ao minimo denominador commum, dão 2 quartos e 1 quarto; ora, de 2 quartos tirando 1 quarto, resta 1 quarto.

Regra. *Para subtrahir-se uma fracção de outra, quando teem denominadores differentes, reduzem-se ambas ao mesmo denominador, e subtrahe-se a menor da maior.*

Exercicios para subtrahir:

		Resp.			Resp.			Resp
1.	$\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=$	$\frac{1}{6}$	5.	$\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=$	?	9.	$\frac{5}{7}-\frac{3}{14}=$	?
2.	$\frac{5}{6}-\frac{2}{9}=$	?	6.	$\frac{5}{6}-\frac{2}{12}=$	?	10.	$\frac{9}{12}-\frac{10}{14}=$	?
3.	$\frac{10}{4}-\frac{1}{4}=$	?	7.	$\frac{1}{2}-\frac{7}{14}=$	?	11.	$\frac{18}{17}-\frac{17}{17}=$	?
4.	$\frac{25}{7}-\frac{20}{7}=$	?	8.	$\frac{25}{4}-\frac{10}{3}=$	?	12.	$\frac{26}{27}-\frac{13}{30}=$	?

2ª Lição de subtrahir fracções.

3º Caso. Subtrahir $3\frac{1}{2}$ de $8\frac{1}{3}$.

$$8\frac{1}{3}-3\frac{1}{2}=$$

$$8\frac{2}{6}-3\frac{3}{6}=$$

$$7\frac{8}{6}-3\frac{3}{6}=4\frac{5}{6}$$

SOLUÇÃO. Reduz-se $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ ao mesmo denominador, e temos $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{6}$. Como não podemos subtrahir $\frac{3}{6}$ de $\frac{2}{6}$, tiramos 1 de 8, e como 1 tem $\frac{6}{6}$, juntam-se com os $\frac{2}{6}$ e fazem $\frac{8}{6}$. Agora, de 7 tirando 3 resta 4, e de $\frac{8}{6}$ tirando $\frac{3}{6}$ restam $\frac{5}{6}$. O resto é $4\frac{5}{6}$.

Podemos tambem resolver este caso, transformando os dois termos em fracções improprias, e depois operando como na regra acima.

Regra. *Para subtrahir-se uma fracção de um numero mixto, reduzem-se as fracções ao mesmo denominador, e, se a do minuendo for inferior á do subtrahendo, tira-se uma unidade do inteiro, junta-se com a fracção e opera-se a subtracção.*

Exercicios para subtrahir:

	Resp.		Resp.		Resp.
1. $4 - \frac{1}{3} =$	$3\frac{2}{3}$	5. $5\frac{3}{8} - 2\frac{1}{8} =$	?	9. $7\frac{4}{9} - 2\frac{1}{6} =$	?
2. $6 - \frac{3}{4} =$	?	6. $6\frac{1}{4} - 3\frac{2}{8} =$	?	10. $15\frac{3}{4} - 12\frac{1}{4} =$	?
3. $7 - 2\frac{1}{7} =$	?	7. $9\frac{2}{5} - 7\frac{1}{2} =$	?	11. $18\frac{1}{9} - 15\frac{1}{8} =$	?
4. $8 - 3\frac{3}{4} =$	?	8. $\frac{25}{4} - \frac{26}{8} =$	?	12. $20\frac{1}{3} - 8\frac{1}{6} =$	?

1ª Lição de multiplicar fracções.

89. Na multiplicação de fracções ha quatro casos a considerar, que são:

1° Multiplicar uma fracção por um numero inteiro.
2° Multiplicar um inteiro por uma fracção.
3° Multiplicar uma fracção por outra fracção.
4° Multiplicar uma fracção por um numero mixto.

1° Caso. Problema. Multiplicar $\frac{3}{4}$ por 4.

$$\frac{3}{4} \times 4 = \frac{12}{4} = 3$$

SOLUÇÃO. Multiplicar uma fracção por um numero inteiro é sommar a fracção tantas vezes quantas forem as unidades do inteiro. Assim, $\frac{3}{4} \times 4 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$, pois 4 vezes 3 quartos são 12 quartos, que são 3 inteiros. Multiplica-se o numerador pelo inteiro.

2° Caso. Problema. Multiplicar 6 por $\frac{1}{3}$.

$$6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

SOLUÇÃO. Multiplicando-se 6 por 1, o producto será $6 \times 1 = 6$, mas como aqui o multiplicador é a terça parte de 1, isto é $\frac{1}{3}$, o producto será tambem a terça parte de 6, que é $\frac{6}{3} = 2$. Multiplica-se pois o inteiro pelo numerador da fracção.

Ainda que estes dois casos se resolvam pela mesma regra e deem o mesmo resultado, a analyse da solução é comtudo muito differente.

Regra. *Para achar-se o producto de uma fracção e um numero inteiro, multiplica-se o numerador da fracção pelo inteiro e o producto se escreve sobre o denominador.*

	Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{2}{3} \times 9 = \ldots$	6	5. $\frac{5}{18} \times 6 = \ldots$	?	9. $\frac{4}{15} \times 12 = \ldots$	?
2. $5 \times \frac{3}{4} = \ldots$	$3\frac{3}{4}$	6. $8 \times \frac{7}{9} = \ldots$	?	10. $\frac{13}{36} \times 15 = \ldots$	?
3. $\frac{2}{5} \times 6 = \ldots$	?	7. $7 \times \frac{9}{14} = \ldots$	?	11. $18 \times \frac{22}{33} = \ldots$	?
4. $4 \times \frac{5}{6} = \ldots$	?	8. $\frac{2}{7} \times 9 = \ldots$	?	12. $20 \times \frac{15}{50} = \ldots$	?

2ª Licão de multiplicar fracções.

3º Caso. Problema. Multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Solução. Multiplicando-se os numeradores, temos $2 \times 4 = 8$; multiplicando-se depois os denominadores, temos $3 \times 5 = 15$. O producto é $\frac{8}{15}$.

4º Caso. Problema. Multiplicar $\frac{2}{3}$ por $2\frac{1}{5}$.

$$\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5} =$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{11}{5} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$$

Solução. Transforma-se o numero mixto em uma fracção impropria, e opera-se a multiplicação como no 3º caso.

Regra. *Para achar-se o producto de duas ou mais fracções, multiplicam-se entre si os numeradores, e o mesmo se faz com os denominadores, e os dois productos serão os dois termos da fracção que é a resposta.*

Se um dos factores é um numero inteiro ou mixto, transforma-se em uma fracção impropria e segue-se a regra.

Operar as seguintes multiplicações:

	Respostas.		Respostas.		Respostas.
1. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} =$	$\frac{3}{20}$	6. $\frac{5}{6} \times 7\frac{1}{2} =$	?	11. $25 \times 8\frac{3}{5} =$	?
2. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} =$	$\frac{15}{28}$	7. $14 \times \frac{5}{7} =$	?	12. $10\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{8} =$	?
3. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} =$	$\frac{8}{15}$	8. $\frac{7}{8} \times \frac{9}{10} =$	?	13. $\frac{3}{7} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{11} =$	?
4. $\frac{7}{8} \times \frac{8}{7} =$	1	9. $\frac{9}{15} \times \frac{7}{30} =$	?	14. $\frac{9}{19} \times \frac{11}{17} \times \frac{17}{24} =$	?
5. $2\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{3} =$	8	10. $5\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} =$	?	15. $\frac{14}{43} \times \frac{9}{27} \times \frac{7}{31} =$	?

3ª Licão. (Multiplicação cancellada.

90. A multiplicação de fracções póde ser muito abreviada, cancellando-se os numeradores e denominadores iguaes, e dividindo-se os numeradores e denominadores por um divisor commum, quando o ha.

91. Cancellar um numero é passar um risco sobre elle para inutiliza-lo na operação, como $\not{1}$, $\not{2}$, $\not{3}$, $\not{5}$, $\not{8}$, etc.

Problema. Qual é o producto de $\frac{3}{7} \times \frac{7}{5} \times \frac{2}{3}$?

$$\frac{\not 3}{\not 7} \times \frac{\not 7}{5} \times \frac{2}{\not 3} = \frac{2}{5}$$

Solução. Como o numerador da primeira fracção é igual ao denominador da terceira, cancellam-se os dois termos e desapparecem da multiplicação. Como o numerador da segunda fracção é igual ao denominador da primeira, cancellam-se os dois termos e desapparecem. Restam agora o numerador 2 e o denominador 5, que fazem dois quintos, que é o producto da multiplicação.

Problema, Multiplicar $\frac{7}{18} \times \frac{6}{14} \times \frac{1}{5}$.

$$\frac{\overset{1}{\not 7}}{\underset{3}{\not 18}} \times \frac{\overset{1}{\not 6}}{\underset{2}{\not 14}} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

Solução. Podemos dividir o numerador da primeira fracção e o denominador da segunda por 7. Então, $7 \div 7 = 1$, e $14 \div 7 = 2$; cancellaremos os dois numeros, e escreveremos os quocientes 1 e 2 em seus lugares respectivos. Podemos tambem dividir o numerador da segunda fracção e o denominador da primeira por 6; então, $6 \div 6 = 1$, e $18 \div 6 = 3$. Cancellaremos 6 e 18, e poremos em seus respectivos lugares os quocientes 1 e 3. Agora, o numerador é $1 \times 1 \times 1 = 1$, e o denominador é $3 \times 2 \times 5 = 30$. A resposta é um trinta ávos.

Exemplos para cancellar:

	Resp.		Resp.
1. $\frac{3}{6} \times \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = ?$	$\frac{2}{7}$	7. $\frac{4}{9} \times \frac{7}{4} \times \frac{9}{10} =$	?
2. $\frac{7}{9} \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{14} =$	$\frac{1}{3}$	8. $\frac{5}{8} \times \frac{4}{5} \times \frac{8}{9} =$	?
3. $\frac{5}{10} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{10}{12} =$	$\frac{1}{12}$	9. $\frac{7}{12} \times \frac{6}{14} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} =$	?
4. $\frac{12}{19} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{12} \times \frac{19}{20} =$	$\frac{1}{5}$	10. $\frac{13}{23} \times \frac{7}{13} \times \frac{3}{14} \times \frac{5}{6} =$	?
5. $\frac{7}{8} \times \frac{5}{9} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{3}{7} =$	$\frac{1}{6}$	11. $\frac{10}{30} \times \frac{15}{28} \times \frac{11}{11} \times \frac{17}{22} =$	?
6. $\frac{6}{14} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{9} \times \frac{3}{8} =$	$\frac{1}{16}$	12. $\frac{11}{16} \times \frac{3}{11} \times \frac{5}{13} \times \frac{7}{5} \times \frac{2}{3} =$	?

1ª Lição de dividir fracções.

92. Na divisão de fracções ha tres casos a considerar, que são:

1º Dividir uma fracção por um numero inteiro.
2º Dividir um numero inteiro por uma fracção.
3º Dividir uma fracção por outra fracção.
Estes tres casos podem ser reduzidos a uma só regra.

1º Problema. Dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$.

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} =$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

Solução. Invertendo-se os termos do divisor, que é $\frac{2}{5}$, teremos $\frac{5}{2}$; multiplicando-se agora o dividendo por $\frac{5}{2}$, teremos $1\frac{7}{8}$, que é o quociente da divisão.

2° Problema. Dividir $\frac{5}{8}$ por 3.

$$\frac{5}{8} \div \frac{3}{1} =$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{24}$$

Solução. Dá-se ao inteiro o denominador 1; invertem-se os termos, e depois multiplicam-se as duas fracções e tem-se $\frac{5}{24}$, que é o quociente.

Vede a nossa Arithmetica Elementar, pag. 65.

Regra. *Para dividir-se uma fracção por outra, invertem-se os termos do divisor e multiplicam-se as duas fracções e o producto será o quociente da divisão.*

Se o dividendo ou o divisor for um numero inteiro, dá-se-lhe o denominador 1; se for mixto, transforma-se em uma fracção impropria e segue-se a regra.

Operar as seguintes divisões:

1. $\frac{3}{7} \div \frac{5}{8} =$ Resp. $\frac{24}{35}$	7. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} =$ Resp. ?	13. $\frac{4}{15} \div \frac{9}{5} =$ Resp. ?
2. $\frac{5}{9} \div \frac{2}{3} =$ » $\frac{5}{6}$	8. $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7} =$ » ?	14. $\frac{4}{7} \div 4 =$ » ?
3. $\frac{10}{17} \div \frac{3}{4} =$ » $\frac{40}{51}$	9. $\frac{6}{11} \div 3 =$ » ?	15. $4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{8} =$ » ?
4. $\frac{8}{9} \div 3 =$ » $\frac{8}{27}$	10. $\frac{18}{25} \div \frac{3}{5} =$ » ?	16. $\frac{5}{6} \div \frac{5}{8} =$ » ?
5. $15 \div \frac{3}{4} =$ » 20	11. $29 \div \frac{5}{7} =$ » ?	17. $\frac{5}{7} \div 5 =$ » ?
6. $\frac{5}{8} \div 3\frac{3}{4} =$ » $\frac{1}{6}$	12. $4\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{4} =$ » ?	18. $8 \div \frac{3}{4} =$ » ?

Fracção de fracções.

93. Dá-se o nome de fracção de fracções a uma ou mais partes de uma fracção, como $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$, que se lê: um meio de um quarto.

Assim como a unidade pode ser dividida em partes iguaes chamadas fracções, estas partes podem tambem ser subdivididas em muitas outras partes menores, chamadas fracções de fracções.

Problema. Quanto é $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$?

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

Solução. Multiplicando-se entre si as duas fracções, teremos o producto $\frac{2}{15}$, que é dois terços de um quinto.

Regra. *Para achar-se uma fracção de outra, multiplicam-se ambas, e o producto será a resposta.*

1. Achar $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{7}$ . . Resp. $\frac{5}{56}$	6. Achar $\frac{1}{4}$ do $\frac{2}{7}$ . . Resp. ?
2. Achar $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$ . . . » $\frac{2}{15}$	7. Achar $\frac{4}{5}$ de $\frac{10}{12}$ . . . » ?
3. Achar $\frac{2}{5}$ de 3 . . . » $1\frac{1}{5}$	8. Achar $\frac{3}{4}$ de 8 . . . » ?
4. Achar $\frac{3}{7}$ de 12 . . . » $5\frac{1}{7}$	9. Achar $\frac{1}{2}$ de $9\frac{3}{4}$ . . . » ?
5. Achar $\frac{2}{5}$ de $7\frac{1}{2}$ . . . » 3	10. Achar $\frac{1}{4}$ de 20 . . . » ?

Exercicios variados sobre fracções ordinarias.

1ª Lição.

1. $\frac{3}{4} + \frac{3}{8} =$?
2. $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} =$ »
3. $\frac{1}{4} - \frac{3}{16} =$ »
4. $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} =$ »
5. $\frac{2}{9} \div \frac{2}{7} =$ »
6. $\frac{5}{8} \times \frac{3}{2} =$ »
7. $\frac{1}{7} - \frac{2}{14} =$ »
8. $\frac{8}{4} \div \frac{1}{6} =$ »
9. $\frac{2}{6} + \frac{5}{6} =$ »
10. $\frac{5}{9} \times \frac{2}{10} =$ »

2ª Lição.

11. $8 + 5\frac{3}{4} =$?
12. $3 + 2\frac{1}{7} =$ »
13. $6 - 3\frac{1}{2} =$ »
14. $3 - 1\frac{2}{5} =$ »
15. $7 \times \frac{3}{4} =$ »
16. $3 \times 2\frac{3}{4} =$ »
17. $8 \div \frac{2}{3} =$ »
18. $5 \div 1\frac{2}{5} =$ »
19. $9 - \frac{3}{8} =$ »
20. $7 + \frac{9}{16} =$ »

3ª Lição.

21. $\frac{1}{3} + 7\frac{2}{3} =$?
22. $2\frac{1}{5} + 3\frac{1}{4} =$ »
23. $6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} =$ »
24. $5\frac{2}{5} - 3\frac{1}{3} =$ »
25. $9\frac{2}{6} \times \frac{3}{9} =$ »
26. $7\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} =$ »
27. $1\frac{1}{4} \div 2 =$ »
28. $2\frac{1}{8} \div 1\frac{1}{4} =$ »
29. $2\frac{1}{9} + \frac{7}{9} =$ »
30. $2\frac{5}{6} \times 2 =$ »

4ª Lição.

31. $\frac{3}{4}$ de 8 = ?
32. $\frac{1}{2}$ de 7 = »
33. $\frac{2}{3}$ de 12 = »
34. $\frac{2}{7}$ de 21 = »
35. $\frac{3}{9}$ de 18 = »
36. $\frac{2}{5}$ de 50 = »
37. $\frac{1}{9}$ de 63 = »
38. $\frac{3}{14}$ de 60 = »
39. $\frac{9}{10}$ de 100 = »
40. $\frac{3}{16}$ de 128 = »

5ª Lição.

41. $\frac{1}{6}$ de $\frac{3}{4}$ = ?
42. $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{3}$ = »
43. $\frac{3}{9}$ de $\frac{3}{7}$ = »
44. $\frac{1}{8}$ de $\frac{7}{14}$ = »
45. $\frac{3}{4}$ de $\frac{7}{16}$ = »
46. $\frac{1}{6}$ de $\frac{8}{20}$ = »
47. $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5}$ = »
48. $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{16}$ = »
49. $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{8}$ = »
50. $\frac{3}{5}$ de $\frac{3}{5}$ = »

6ª Lição.

51. $\frac{1}{4}$ de $2\frac{1}{2}$ = ?
52. $\frac{1}{5}$ de $3\frac{1}{4}$ = »
53. $\frac{1}{8}$ de $5\frac{1}{3}$ = »
54. $\frac{2}{7}$ de $3\frac{2}{5}$ = »
55. $\frac{2}{3}$ de $9\frac{1}{2}$ = »
56. $\frac{4}{7}$ de $3\frac{1}{6}$ = »
57. $\frac{3}{10}$ de $8\frac{1}{3}$ = »
58. $\frac{1}{9}$ de $10\frac{1}{5}$ = »
59. $\frac{1}{2}$ de $11\frac{1}{3}$ = »
60. $\frac{1}{2}$ de $15\frac{1}{4}$ = »

7ª Lição.

61. $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} =$?
62. $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{2}{8} =$ »
63. $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \div \frac{2}{5} =$ »
64. $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} + \frac{1}{8} =$ »
65. $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} \times \frac{2}{3} =$ »
66. $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{8} =$ »
67. $\frac{2}{5} + \frac{2}{10} - \frac{1}{15} =$ »
68. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{7} \div \frac{2}{9} =$ »
69. $\frac{3}{6} \times \frac{6}{12} \times \frac{1}{2} =$ »
70. $\frac{4}{7} - \frac{1}{14} - \frac{1}{7} =$ »

8ª Lição.

71. $\frac{2}{9} + 8 - \frac{1}{18} =$?
72. $8 + \frac{8}{6} - 7 =$ »
73. $6 \times 8 \div \frac{3}{6} =$ »
74. $2 - \frac{1}{4} + 6 =$ »
75. $3 \div \frac{3}{4} - \frac{2}{5} =$ »
76. $\frac{6}{7} + \frac{2}{14} - 1 =$ »
77. $\frac{8}{8} - \frac{2}{15} \times 3 =$ »
78. $8 + 5 \div \frac{2}{9} =$ »
79. $\frac{3}{7} \div 3 + \frac{1}{2} =$ »
80. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} - \frac{1}{16} =$ »

9ª Lição.

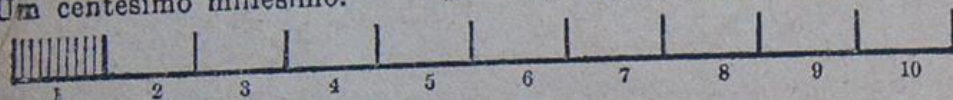
81. $8\frac{1}{3} + 7\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} =$?
82. $8\frac{1}{4} - 3\frac{1}{5} + 7 =$ »
83. $9\frac{3}{5} \times 3\frac{1}{6} - \frac{2}{9} =$ »
84. $\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{18} =$ »
85. $9\frac{1}{3} \times 7\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{5} =$ »
86. $6\frac{1}{4} + 5\frac{3}{4} - 11 =$ »
87. $9\frac{2}{7} + 8\frac{5}{7} \div \frac{1}{2} =$ »
88. $6\frac{3}{4} - 5\frac{1}{4} + 9\frac{1}{8} =$ »
89. $7\frac{1}{5} + \frac{4}{9} + 5\frac{5}{9} =$ »
90. $7 + \frac{3}{8} \div \frac{1}{6} =$ »

FRACÇÕES DECIMAES

94. Fracções decimaes são partes da unidade dividida em decimos, centesimos, millesimos ou em outras partes ainda menores, na razão décupla.

95. As diversas fracções decimaes dividem-se do seguinte modo:

Uma unidade.	divide-se	em	10 decimos.
Um decimo	»	»	10 centesimos.
Um centesimo	»	»	10 millesimos.
Um millesimo	»	»	10 decimos millesimos.
Um decimo millesimo. .	»	»	10 centesimos millesimos.
Um centesimo millesimo.	»	»	10 millionesimos, etc.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Se dividirmos uma linha em 10 partes iguaes, cada parte será um decimo da linha e se escreverá 0,1; se dividirmos este decimo em 10 partes iguaes, cada parte será um centesimo da linha e se escreverá 0,01, e assim por diante.

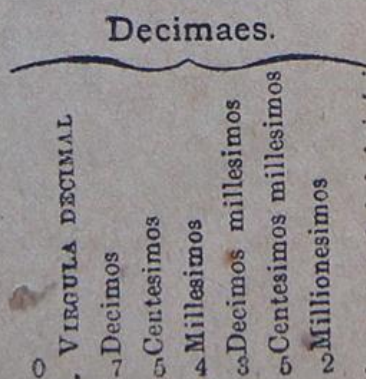
96. A fracção decimal escreve-se ao lado direito do numero inteiro, separada por uma virgula, que chama-se **virgula decimal**, como 2,5 que lê-se: *dois inteiros e cinco decimos*.

Se a fracção decimal não está unida a um numero inteiro, escreve-se uma cifra no logar do numero inteiro, como 0,5, que lê-se: *5 decimos;* 0,75, que lê-se: *75 centesimos.* Esta cifra só serve para mostrar que não ha inteiros, e que o numero que está á sua direita é uma fracção decimal.

97. A ordem das casas nas fracções decimaes começa da esquerda para a direita, desde a virgula decimal. Assim:

Os decimos occupam a 1ª casa;
Os centesimos occupam a 2ª;
Os millesimos occupam a 3ª;
Os decimos millesimos occupam a 4ª;
Os centesimos millesimos occupam a 5ª;
Os millionesimos occupam a 6ª, etc.

Decimaes.

	Virgula decimal	Decimos	Centesimos	Millesimos	Decimos millesimos	Centesimos millesimos	Millionesimos	
0	,	7	5	4	3	5	2	. .

98. Para exprimir-se uma fracção decimal, lê-se o seu numero, accrescentando-se o nome da ultima casa. Assim,

0,2 lê-se: *2 decimos.*
0,15 lê-se: *15 centesimos.*
0,008 lê-se: *8 millesimos.*
0,025 lê-se: *25 millesimos.*
0,205 lê-se: *205 millesimos.*
3,015 lê-se: *3 inteiros e 15 millesimos.*

Nota. Os discipulos devem lêr as seguintes fracções, e depois o professor dictará estas ou outras para elles as escreverem na pedra.

1. 0,1	6. 0,001	11. 0,0002	16. 4,06	21. 0,725
2. 0,9	7. 0,025	12. 0,0018	17. 3,25	22. 12,045
3. 0,05	8. 0,146	13. 0,0225	18. 2,025	23. 0,808
4. 0,18	9. 0,205	14. 0,1250	19. 1,120	24. 0,008
5. 0,65	10. 0,950	15. 0,4005	20. 5,008	25. 9,075

Alteração no valor das fracções decimaes.

99. As fracções decimaes estão sujeitas ás seguintes alterações:

1ª Se prefixarmos uma cifra a ,2 (2 decimos), esta fracção ficará sendo ,02 (2 centesimos) isto é, dez vezes menor, porque o algarismo 2 passa da casa dos decimos para a dos centesimos; se ainda prefixarmos outra cifra, a fracção ficará sendo ,002 (2 millesimos), isto é, dez vezes ainda menor.

Decimos Centesimos Millesimos
0,2
0,02
0,002

2ª Se accrescentarmos uma ou mais cifras a uma fracção decimal, não lhe alteraremos o valor, porque estas cifras vão occupar as casas finaes, sem lhes darem valor algum. Assim, accrescentando-se uma cifra a 0,2 ficará 0,20; accrescentando duas cifras, ficará 0,200; ora, dois decimos, vinte centesimos e duzentos millesimos são fracções iguaes.

0,2
0,20
0,200

Nota. Prefixar um algarismo a um numero, é escrever o algarismo antes do numero; e accrescentar um algarismo a um numero é escreve-lo no fim do numero; de sorte que prefixando 5 ao numero 9, ficará 59, e accrescentando 5 ao numero 9, ficará 95.

100. Para tornar-se um numero decimal 10 ou 100 vezes maior, afasta-se a virgula uma ou duas casas para a direita; e para torna-lo 10 ou 100 vezes menor, afasta-se a virgula uma ou duas casas para a esquerda.

Exemplo. Se em 1,005 afastarmos a virgula uma casa para a direita, o numero ficará 10,05, isto é, 10 vezes maior; porque a parte inteira, que era 1, passou para 10, e a fracção, que era 0,005, passou para 0,05. Se afastarmos duas casas, o numero ficará 100,5. O inverso se dará se afastarmos a virgula para a esquerda.

Regra. *Para tornar-se um numero decimal 10, 100 ou 1000 vezes maior, afasta-se a virgula 1, 2 ou 3 casas para a direita; e para torna-lo 10, 100 ou 1000 vezes menor, afasta-se a virgula 1, 2 ou 3 casas para a esquerda.*

		Respostas.
1. Tornar o numero 54,375 cem vezes maior	. . . . .	5437,5
2. Tornar o numero 54,375 cem vezes menor	. . . . .	0,54375
3. Tornar o numero 8540,5 dez vezes menor	. . . . .	854,05
4. Tornar a fracção 0,55 cem vezes menor	. . . . .	0,0055
5. Tornar a fracção 0,55 cem vezes maior	. . . . .	55
6. Tornar o numero 7,5 mil vezes menor	. . . . .	0,0075

Transformar fracções ordinarias em fracções decimaes.

101. As fracções ordinarias podem ser facilmente transformadas em fracções decimaes, e as decimaes podem ser tambem transformadas em ordinarias.

Problema. Transformar $\frac{3}{4}$ em uma fraccão decimal.

```
30 | 4
20 |,75
 0
```

Solução. Accrescentando-se uma cifra ao numerador e dividindo-se pelo denominador, deixa 2 de resto; accrescentando outra cifra ao resto e continuando a divisão, não ha mais resto; então, como ajuntaram-se duas cifras, separam-se dois algarismos no quociente, e a fracção decimal será 0,75.

Problema. Transformar $\frac{2}{3}$ em uma fracção decimal.

```
20 | 3
 20 |,666
  20
   2
```

Solução. Accrescentando-se cifras ao numerador e dividindo-o pelo denominador, o quociente será 6 repetido infinitamente, deixando sempre 2 de resto. Neste caso, é sufficiente accrescentar ao numerador só tres ou quatro cifras e terminar a divisão. A fracção decimal é, pois, 0,666.

Regra. *Para transformar-se uma fracção ordinaria em uma decimal, accrescentam-se cifras ao numerador, e divide-se pelo denominador, e no quociente separam-se com a virgula tantos algarismos decimaes, quantas forem as cifras accrescentadas ao numerador.*

Transformar as seguintes fracções ordinarias em decimaes:

1.	$\frac{2}{5}$	Resp. 0,4	6.	$\frac{1}{3}$	Resp. ?	11.	$\frac{7}{175}$	Resp. ?
2.	$\frac{3}{4}$	» 0,75	7.	$\frac{5}{16}$	» ?	12.	$\frac{13}{40}$	» ?
3.	$\frac{4}{25}$	» 0,16	8.	$\frac{1}{400}$	» ?	13.	$\frac{23}{500}$	» ?
4.	$\frac{3}{40}$	» 0,075	9.	$\frac{3}{125}$	» ?	14.	$\frac{17}{25}$	» ?
5.	$8\frac{4}{25}$	» 8,16	10.	$5\frac{11}{400}$	» ?	15.	$\frac{9}{250}$	» ?

Transformar fracções decimaes em fracções ordinarias.

102. A fracção decimal tem um denominador occulto, que póde ser expresso por 1 e tantas cifras, quantos forem os algarismos da fracção decimal. Assim, 0,5 é igual a $\frac{5}{10}$, 0,05 é igual a $\frac{05}{100} = \frac{5}{100}$.

Problema. Transformar 0,25 em uma fracção ordinaria.

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Solução. Como esta fracção decimal tem dois algarismos, o seu denominador será 100; e a fracção ordinaria será 25 centavos, que simplificada é um quarto.

Regra. *Para transformar-se uma fracção decimal em uma fracção ordinaria, escreve-se a fracção decimal sem a virgula, como numerador, e dá-se-lhe como denominador 1 e tantas cifras, quantos forem seus algarismos decimaes, e simplifica-se a fracção resultante.*

Transformar as seguintes decimaes em fracções ordinarias:

1.	0,25	Resp.	$\frac{1}{4}$	6.	0,50	Resp.	?	11.	0,025	Resp.	?
2.	0,20	»	$\frac{1}{5}$	7.	0,58	»	?	12.	0,016	»	?
3.	0,125	»	$\frac{1}{8}$	8.	0,025	»	?	13.	0,03125	»	?
4.	0,375	»	$\frac{3}{8}$	9.	0,0625	»	?	14.	5,046	»	?
5.	4,050	»	$4\frac{1}{20}$	10.	0,325	»	?	15.	0,0728	»	?

Somma decimal.

103. Como a somma de numeros decimaes opera-se do mesmo modo que a de numeros inteiros, não é necessario dar mais esclarecimentos além da regra.

Regra. *Para sommar-se fracções decimaes, escrevem se as differentes parcellas umas debaixo das outras, de sorte que as casas da mesma denominação fiquem em columna. Sommam-se todas a parcellas, como se fossem numeros inteiros, e desce-se a virgula decimal para a somma*

Sommar os seguintes exercicios:

(1.)	(2.)	(3.)	(4)	(5.)	(6.)
0,5	0,05	0,015	2,15	8,15	15,250
0,18	0,076	0,255	0,075	2,25	7,080
0,05	0,153	0,0015	3,120	3,05	9,015
0,18	0,25	0,0450	5,85	7,005	10,010
0,07	0,205	0,075	1,45	0,85	12,020
0,75	0,120	0,125	0,018	8,75	15,180
1,73					

7. 0,75 + 0,07 + 0,18 + 0,05 + 0,18 + 0,5 + 0,16 + 0,01 = ?
8. 2,50 + 3,025 + 5,005 + 7,250 + 8,240 + 0,75 = ?
9. 0,25 + 10,2 + 15,45 + 7,205 + 3,15 + 0,2 = ?
10. 30,25 + 40,8 + 29,75 + 23,125 + 17,5 + 25,20 + 1,17 = ?

Subtracção decimal.

104. Regra. *Para subtrahir-se uma fracção decimal de outra, reduzem-se ambas á mesma denominação, escreve-se o subtrahendo debaixo*

do minuendo, e opera-se como em numeros inteiros, e desce-se a virgula decimal para o resto.

Nota. Se o minuendo fôr um numero inteiro, accrescentam-se-lhe a virgula decimal e tantas cifras, quantos forem os algarismos da fracção do subtrahendo.

Operar as seguintes subtracções:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
0,845	0,750	0,625	0,008	0,125	8,705
0,625	0,425	0,085	0,005	0,015	4,085
0.220					

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
5,280	6,005	2,005	5,	25,2	18,005
3,090	1,750	0,725	0,75	15,02	9,010

13. 2,755 — 1,815 = ?	16. 25,15 — 14,16 = ?	19. 18,01 — 15,10 = ?
14. 9,120 — 0,850 = ?	17. 30,01 — 15,20 = ?	20. 29,001 — 18,25 = ?
15. 3.005 — 2,15 = ?	18. 0,754 — 0,285 = ?	21. 31,75 — 12 = ?

Multiplicação decimal.

105. Regra. *Para multiplicar-se decimaes, escreve-se o multiplicador debaixo do multiplicando, e opera-se a multiplicação como se os dois factores fossem numeros inteiros, e no producto, separam-se com a virgula, tantos algarismos, quantos algarismos decimaes tiverem ambos os factores; e se o producto não tiver numero sufficiente, prefixam se-lhe cifras até igualar o numero.*

Para facilitar a comprehensão desta regra, vamos resolver alguns casos que podem occorrer na multiplicação decimal.

1°	2°	3°
7,5	0,25	0,15
8,4	0,75	0,05
300	125	0,0075
600	175	
63,00	0.1875	

Solução. No primeiro caso, como ha um algarismo decimal no multiplicando e outro no multiplicador, separam-se dois algarismos no producto, e ficará 63 inteiros.

No segundo caso, como ha quatro algarismos decimaes nos dois factores, separam-se quatro algarismos no producto e ficará 0,1875.

No terceiro caso, como os dois factores teem quatro algarismos decimaes, e o producto tem só dois, prefixam-se-lhe duas cifras para igualar o numero.

Operar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
0,134	0,352	0,752	8,625	45,458	0,755
0,005	0,049	0,545	0,025	0;805	0,755
0.000670					

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
25,601	0,0755	0,750	4,25	700,2	0,00024
0,114	0,7502	0,008	3,05	400,7	0,00035

13. 0,525 × 0,75 = ?
14. 0,406 × 0,94 = ?
15. 0,720 × 0,95 = ?
16. 2,26 × 0,45 = ?
17. 7,35 × 0,85 = ?
18. 8,07 × 0,90 = ?
19. 25,2 × 7,2 = ?
20. 35,15 × 8,6 = ?
21. 40,3 × 7,01 = ?

Divisão decimal.

106. Na divisão decimal ha dois casos a considerar, que são:

1° Quando o dividendo tem menos algarismos decimaes do que o divisor.

2° Quando tem mais.

1.° Caso. Dividir 17,5 por 9,25.

```
17,50 |,25
17,5   70
00,0
```

Solução. Como o dividendo tem menos um algarismo decimal do que o divisor, iguala-se o numero com uma cifra, no que não se altera o valor do dividendo, porque 0,5 = 0,50. Opera-se depois como em numeros inteiros, e o quociente é 70 inteiros.

Regra. *Quando o dividendo contém menos algarismos decimaes do que o divisor, iguala-se o numero, accrescentando cifras ao dividendo, e opera-se como em inteiros, e o quociente será um numero inteiro*

Operar as seguintes divisões:

1. 22,5 ÷ 0,25 = 90
2. 5,25 ÷ 0,75 = ?
3. 11,2 ÷ 0,14 = ?
4. 8,4 ÷ 2.4 = ?
5. 8,25 ÷ 0,5 = ?
6. 2,56 ÷ 0,032 = ?

2.ª Lição da divisão decimal.

2.° Caso. Dividir 0,5625 por 0,125.

```
,5625 |,125
 500   4.5
  625
  625
  000
```

Solução. Quando o dividendo tem mais algarismos decimaes do que o divisor, iguala-se o numero, separando no quociente com a virgula os algarismos que faltarem para igualar o numero. Ora, o dividendo tem quatro e o divisor tem tres, separa-se com a virgula um no quociente, o qual ficará 4,5 (4 inteiros e 5 decimos).

2° Exemplo. Dividir 0,0075 por 0,15.

```
,0075 | 15
  75    05
  00
```

Solução. Effectuada a divisão, o quociente é 5, mas como o dividendo tem quatro algarismos e o divisor tem só dois, teremos de apartar dois algarismos no quociente, e como este tem um algarismo só, prefixa-se-lhe uma cifra e ficará ,05 (cinco centesimos)

Regra. *Quando o dividendo tem mais algarismos decimaes do que o divisor, separam-se no quociente tantos algarismos decimaes quantos houver de differença, e se o quociente não tiver numero sufficiente, prefixam-se-lhe cifras.*

Operar as seguintes divisões :

1. 0,74 ÷ 0,25 = 2,96	4. 0,12 ÷ 1,6 = ?	7. 79,1 ÷ 0,125 = ?
2. 0,008 ÷ 0,5 = ?	5. 1,125 ÷ 0,03 = ?	8. 3,74 ÷ 0,25 = ?
3. 7,74 ÷ 4,8 = ?	6. 0,0081 ÷ 0,3 = ?	9. 0,725 ÷ 29 = 0,025

SYSTEMA METRICO

107. O systema de pesos e medidas adoptado no Brazil desde 1 de Julho de 1873 é o systema metrico decimal.

108. As unidades principaes deste systema, que foram autorizadas por lei no Imperio, são quatro, a saber :

Metro, unidade de comprimento.

Litro, medida de capacidade para liquidos e seccos.

Grammo, unidade de peso.

Aro, medida agraria, isto é, para terrenos de cultura.

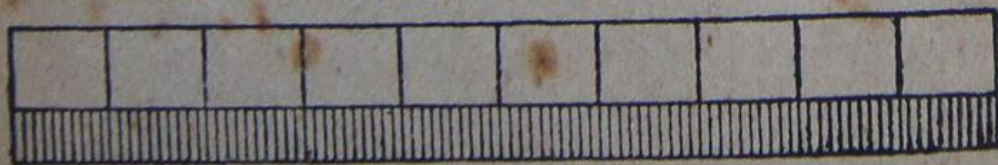
Estas unidades têm as seguintes divisões:

109. **O metro tem o comprimento da decima millionesima parte da distancia do Equador ao Pólo, e é a medida fundamental do systema.**

O metro se divide em 10 decimetros;

O decimetro se divide em 10 centimetros;

O centimetro se divide em 10 millimetros.

A escala abaixo mostra o tamanho exacto de um decimetro, dividido em dez centimetros e cada centimetro dividido em dez millimetros.

A unidade para medir a extensão das estradas é o kilometro que tem mil metros.

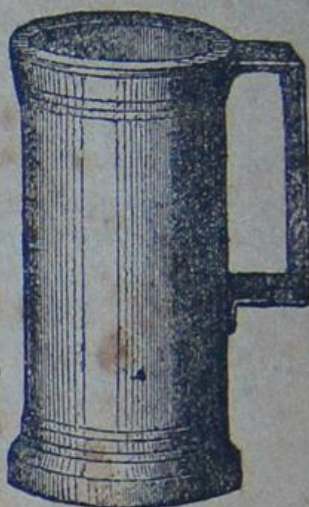
110. O litro tem a capacidade de um decimetro cubico, mas dá-se-lhe a fórma cylindrica para medir os liquidos.

Fórma do litro

O litro se divide em 10 decilitros;

O decilitro se divide em 10 centilitros;

O centilitro se divide em 10 millilitros.

O multiplo do litro, que serve de base para grandes avaliações, é o **hectolitro**, que tem cem litros.

111. O grammo tem o peso de um centimetro cubico de agua distillada, na sua maxima temperatura.

O grammo se divide em 10 decigrammos;

O decigrammo se divide em 10 centigrammos;

O centigrammo se divide em 10 milligramos.

Fórma do kilogrammo

Como o grammo é um peso muito pequeno para o uso do commercio, tomou-se o **kilogrammo** (mil grammos), como unidade para pesar assucar, café, carne, ferro e todos os generos, que se vendem a peso.

Emprega-se geralmente a palavra **kilo**, como abreviatura de kilogrammo.

A tonelada metrica tem mil kilogrammos.

112. O aro representa uma área de 10 metros de lagura e 10 de comprimento ou 100 metros quadrados.

O aro se divide em 100 centáros;

O centaro contém um metro quadrado.

O multiplo do aro é o **hectaro** que tem cem aros.

113. Para se exprimir abreviadamente uma quantidade metrica, escreve-se a lettra inicial do nome da medida no alto do numero. Assim, 5^{m} lê-se: *5 metros*; 6^{l} lê-se: *6 litros*; 12^{g} lê-se: *12 grammos*.

114. Se a quantidade é uma fracção da medida, escreve-se uma cifra no logar do numero inteiro, e á direita escreve-se a fracção se-

separada por uma virgula, notando que as fracções *deci, centi* e *milli* se escrevem na mesma ordem que os decimos, centesimos e millesimos das fracções decimaes (Vêde n. 97). Assim, 0,m6 lê-se : *6 decimetros*; 0g,08 lê-se : *8 centigrammos*; 0l,15 lê-se *15 centilitros*; 0m,005 lê-se *5 millimetros*.

115. A abreviatura da palavra kilometro é Km.;
A abreviatura da palavra kilogrammo é Kg.;
A abreviatura da palavra hectolitro é Hl.;
A abreviatura da palavra hectaro é Ha.
Assim, 24 Km. lê-se: *24 kilometros*; 16 Kg. lê-se : *16 kilogrammos*; 36 Hl.; lê-se : *36 hectolitros*.

Os discipulos devem lêr as seguintes expressões :

0m,2	15m,50	36 Km.	137m,50
0g,03	18g,05	12 Kg.	128g,005
0l,15	12l,008	28 Hl.	130l,5
0m,01	30m,5	57 Ha.	248m,105

Tabella mostrando as unidades principaes do systema metrico com os seus multiplos e divisões

	COMPRIMENTO	PESO	CAPACIDADE	SUPERFICIE	VALORES
Multiplos	Myriámetro	. . . . .	. . . . .	. . . . .	10000
	Kilometro	Kilogrâmmo	Kilolitro	. . . . .	1000
	Hectometro	Hectogrâmmo	Hectolitro	Hectáro	100
	Decâmetro	Decagrâmmo	Decalitro	. . . . .	10
	Métro	**Grâmmo**	**Litro**	**Áro**	**Unidade**
Divisões	Decimetro	Decigrâmmo	Decilitro	. . . . .	0,1
	Centimetro	Centigrâmmo	Centilitro	Centiáro	0,01
	Millimetro	Milligrâmmo	Millilitro	. . . . .	0,001

☞ Os alumnos devem agora continuar o estudo desta materia em nossa Arithmetica Elementar Illustrada.

FIM